

解决类似平面几何问题的意识水平在迁移中的作用

杨卫星¹⁾ 戴明勋²⁾ 张梅玲³⁾

(¹⁾聊城大学 教育系, 山东 聊城 252059; ²⁾职业技术学院; ³⁾中国科学院 心理研究所, 北京 100101)

摘 要 通过实验, 解题者对具有结构共同性的平面几何迁移题与原题之间存在着共性关系的意识水平对解题迁移的影响得到了验证. 结果表明, 解题者对具有内在联系的先后问题之间共性关系的意识水平是影响解题迁移的因素之一, 且问题难度与意识水平在影响解题迁移时有交互作用; 学生的推理能力与平面几何成绩之间存在正相关; 但意识水平与推理能力在影响平面几何解题迁移时没有交互作用.

关键词 迁移, 平面几何, 推理能力 意识水平

中图分类号 B84 **文献标识码** A **文章编号** 1007-8304(2002)02-0091-04

1 问题与目的

迁移与学习是不可分的, 有学习便有迁移. 先前的解题与后继的解题都属于学习. 先前的解题学习对后继的解题学习的影响即为解题迁移(problem-solving transfer). 解题记忆(problem-solving memories)对解题迁移有重要的影响, 解题方法、解题思路、解题技能等都有迁移的作用^[1]. 解题迁移对问题解决的影响是当前认知心理学研究的热点之一.

近年来, 意识在解题迁移过程中的作用问题引起了很多研究. Gick & Holyoak 发现, 先让被试学习一个分散兵力攻克堡垒的军事问题然后让他们解决 Duncker 的辐射肿瘤问题, 当不告诉被试两个问题有共性时, 迁移量很低; 要求被试描述两个不同领域中类似问题之间的共性, 可以获得较大的迁移^[2,3]. Reed, Dempster & Ettinger^[4]用解代数应用题做实验发现, 尽管给被试提供了解题经验, 并告诉他们先前解过的题对后来的解题有帮助, 还是没有发生迁移^[8]; Sweller & Cooper^[5]用代数问题做实验发现, 尽管强化先前问题的学习对于解决后来一系列非常类似的问题有迁移作用, 但在解决要求用同样的数学规则, 表面特征不相似的问题时, 没有发生迁移. Lovett & Anderson 在研究平面几何解题记忆的迁移时, 对先后两个问题之间的关系用“think back”提示被试, 没有发生作用. 因此, 他们得出了一个比较谨慎的结论: 被试对先后问题之间共性关系的意识是否影响迁移证据不足.

因此本研究的目的是验证在平面几何解题过程中, 被试对先后问题之间共性关系的意识水平是影响解题迁移的重要因素之一, 但这一因素与问题难度、学生的推理能力等因素可能有交互作用.

2 研究方法

2.1 实验设计

设计 $3 \times 2 \times 2 \times 2$ 两个二因素随机实验. 实验中有两个自变量, 自变量 A—问题难度有三种水平, A_1 —较难、 A_2 —中等、 A_3 —较易; 自变量 B—对先后问题之间共性关系的意识水平有两种, B_1 —意识水平较高、 B_2 —意识水平较低.

2.2 被试

山东聊城一中初中三年级学生. 绝大多数被试年龄 15 周岁. 实验 1 选择男生 120 名, 女生 72 名, 共

国家自然科学基金资助重点项目“儿童认识能力发展和促进的研究”部分工作(项目批准号: 39730180)

收稿日期: 2001-10-18

192名;实验2选择男生60名,女生60名,共120名.时间是在学生已全部学完初中基础课程,复习准备迎接中考期间,实验在学生自己的教室进行.

2.3 材料

由主试与山东省聊城市教委教研室数学教研组、山东省聊城第一中学、聊城第三中学等单位的数学特级教师和高级教师及初三任课教师共同选编.题目的效度、信度与难度,都是由特级教师与高级教师根据长期教学经验进行评估,而且对学生解决这些问题的成功率和时间进行了分析和推测,并据此进行了预试.推理测验材料采用北师大张厚粲等修订的瑞文标准推理测验图册对学生的推理能力进行测查.

2.4 程序

聊城一中初三年级共8个班,每班约75名学生.实验1中192名被试平均分为6个组,每组32名.对120名男生和72名女生进行匹配,则每组20名男生,12名女生.6个组随机分配到两个因素的6种不同处理水平上.然后将192名被试散布于8个班中,其中有四个班为 B_1 水平,另四个班为 B_2 水平.对 B_1 、 B_2 进行随机分配.实验2先对所有学生进行瑞文测验,根据瑞文测验的智力水平分级标准,在实验中我们选择测验标准分数在90%(原始分数54分)以上的被试为推理能力强组,分数在5%与75%之间(原始分数在34与51之间)的被试为推理能力弱组.将120名被试根据性别、推理能力进行匹配,然后分别将推理能力强、弱的被试随机分配到意识因素的两个水平上得到4个实验组,每组30名.120名被试散布于8个班中,其中有四个班为 B_1 水平,另四个班为 B_2 水平, B_1 、 B_2 的分配是随机的.

实验题目共有4道,其中一道为训练题,另外三道分别为难、中、易三种水平的迁移题.

由易到难的三道迁移题与源题之间均具有结构共同性.

实验分两个阶段,第一阶段:8个班同学同时开始做训练题.根据预试时间,规定14min完成训练阶段.当被试做题到4min时,主试用5min的时间讲解以保证每个被试都会做源题,最后再让大家都把该题完成.14min时确认被试都已做完后收回训练题.第二阶段:各组主试教师分别根据各自的实验要求按不同的顺序进行迁移测试.根据预试情况,我们规定难题解题时间为18min,中等题解题时间为15min,易题解题时间为7min.试卷都是以做一题收一题,再发下一题方式进行.在迁移测试时,要求所有的被试将答案分为两个部分,答卷纸左边三分之二部分为证题部分,右边三分之一部分用来回答三个问题,这三个问题是:(1)证明此题主要用到哪些性质和定理?(2)证明此题需要做辅助线吗?(3)证明等积式有哪些常用方法?

三个问题有两个作用:(1)由于被试对先后问题之间共性关系的意识水平是难以控制在零水平的,所以我们通过三个问题使被试对先后问题之间的共性关系统一在初级的意识水平;(2)三个问题都回答基本正确者得3分.三个问题在实验开始时由主试教师写在黑板上,并向被试说明.

分配在 B_1 水平的实验组,由主试在迁移测验进行到3min时,将另外三个问题写在黑板上要求被试注意,并读给被试听.这三个问题的目的是控制被试对先后问题之间共性关系的意识水平处于高级水平,即从让被试意识到两个问题之间有关系,到对问题之间的关系有一定程度的理解.三个问题分等级按顺序依次提供给被试,这三个问题是:(1)此题与刚才做过的题之间有共性联系吗?(2)可以用到刚才用过的方法吗?(3)怎样把它还原为刚才的那道题再证明?

3 结果与分析

实验中的因变量为规定时间内被试在迁移题上的得分正确率,实验结果如下.

3.1 实验1

各处理组成功地解决了迁移题的被试百分数如表1所示.

对各组被试成功解决迁移题的百分数进行 X^2 检验,结果为 $X^2=69.679(df=5)$, $P<0.05$.各组被试在迁移题上的成功解题率有显著差异.

对数据进行处理,方差分析(ANOVA)结果如表2所示.

表 1 各处理的成功解题率(%)

	A ₁	A ₂	A ₃	N
B ₁	0	53	100	32
B ₂	0	9	93	32

表 2 实验 1 数据方差分析表

	方差和	自由度	均方	F 值	P
主效应	1 914. 635	3	638. 212	173. 438 ***	. 000
A	1 787. 885	2	893. 943	242. 934 ***	. 000
B	126. 750	1	126. 750	34. 445 ***	. 000
A×B	234. 594	2	117. 297	31. 876 ***	. 00

注:表中 A—问题难度, B—意识水平, A×B—问题难度与意识水平的交互作用。

从表 2 中可以看到(1) 实验的主效应显著, $F(3, 186) = 173. 438, P = 0.000$; (2) 自变量 A—问题难度的主效应达到非常显著的水平 $F(2, 186) = 242. 934, P = 0.000$; (3) 自变量 B—意识水平的主效应达到非常显著的水平 $F(1, 186) = 34. 445, P = 0.000$; (4) 问题难度与意识水平之间存在交互作用且达到显著水平 $F(2, 186) = 31. 876, P = 0.00$, 如图 1 所示。

在自变量 A—问题难度因素 A₁、A₂、A₃ 的三种不同水平上, 意识水平 B₁ 与 B₂ 的影响所造成的差异分别如表 3~表 5 所示。

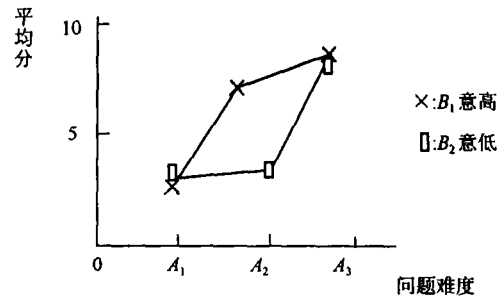


图 1 意识水平与问题难度对解题迁移的交互作用

表 3 迁移题较难时的两组成绩差异

	样本数	平均数	标准差
B ₁	32	2. 250 0	0. 916
B ₂	32	2. 562 5	0. 669

表 4 迁移题属于中等难度时的两组成绩差异

	样本数	平均数	标准差
B ₁	32	7. 312 5	3. 345
B ₂	32	2. 593 8	2. 487

对表 3 中的平均数进行 *t* 检验的结果表明, 当迁移题较难时, $t = 1. 56, df = 57, P = 0.125$, 两组差异不显著。

对表 4 中的平均数进行 *t* 检验的结果表明, 当迁移题为中等难度时, $t = 6. 40, df = 57, P = 0.000$. 两组差异达到非常显著的水平。

表 5 迁移题较容易时的两组成绩差异

	样本数	平均数	标准差
B ₁	32	10. 000 0	0. 000
B ₂	32	9. 531 3	1. 849

表 6 各组解决迁移题被试的百分数(%)

	A ₁	A ₂	N
B ₁	53	33	30
B ₂	3	0	30

注:表中 A₁、A₂ 分别表示推理能力强弱, B₁、B₂ 分别表示意识水平高低。

对表 5 中的平均数进行 *t* 检验的结果表明, 当迁移题容易时, $t = 1. 43, df = 31, p = 0.162$, 两组差异不显著。

3.2 实验 2

各处理组被试基本成功地解决了迁移的百分数见表 6. 对各组被试成功解决迁移的百分数进行 χ^2 检验, 结果为 $\chi^2 = 25. 978 (df = 3), P < 0.005$. 对实验数据进行方差分析 (ANOVA) 的结果见表 7.

表 7 实验 2 数据的方差分析表

变异来源	平方和	自由度	均方	F	P
主效应	409. 083	2	204. 542	26. 031	. 000
A	31. 008	1	31. 008	3. 946	. 000
B	378. 075	1	378. 075	48. 115	. 000
A×B	14. 008	1	14. 008	1. 783	. 184

注:表中 A—推理能力, B—意识水平, A×B—推理能力与意识水平的交互作用。

从表 7 中看到, 实验处理的主效应显著 $F(2, 116) = 26. 031, P < 0. 01$, 其中, A 因素主效应达到显著水平 $F(1, 116) = 3. 946, P < 0. 05$, B 因素的主效应显著 $F(1, 116) = 48. 115, P < 0. 01$. A 与 B 因素的交互作用不显著, 即意识水平与推理能力, 在影响几何解题迁移时没有交互作用。

对被试的推理能力与几何成就之间的相关进行了检验. 推理能力以实验所测的瑞文成绩为标准; 几何成就以被试在实验前的三次正规考试几何成绩的平均分数为标准, 检验结果表明, 被试的几何成就与推理能力之间存在着显著的正相关($r=0.2897, P<0.01$).

4 讨论与结论

4.1 讨论

实验1: 当迁移题较容易时, 被试对先后问题之间共性关系的意识水平对解题迁移的影响没有显著差异, 实验中被试在迁移题上的成绩出现了天花板效应. 当迁移题较难时, 被试对两个问题之间所存在的共性关系的意识水平高低, 对解题迁移的影响差异不显著. 实验中两组被试的迁移成绩出现了地板效应. 只有当迁移题处于中等难度时, 被试对迁移题与训练题之间存在共性关系的意识水平对解题迁移的影响有显著差异.

有研究表明, 如果学生能从问题的情境中正确地辨认出某种模式, 就能唤起他们认知结构中与之解题有关的知识, 而且解题经验丰富的学生能很快地把他们原来熟悉的模式辨认出来, 缺乏解题经验的学生, 则要经过一些无效的尝试才有可能正确地识别出问题模式^[6]. 我们在分析实验材料时有经验的特级教师推测, 对于中等难度的迁移题“少数优秀学生可以不经提示而独立完成, 中上的学生一点就透”, 这种情况下就显示出意识因素的重要性. “难”就是因为“没有意识到”, 而不是问题本身难. 对于高难度的迁移题, “个别优秀学生经努力可以完成, 大多数学生经提示也难以完成”, 这种难就有来自于问题本身的因素. 因此即使告诉学生可以用刚刚用过的解题方法, 由于学生理解的深度和加工水平不够及信息加工程序复杂, 意识因素也就失去了作用, 实验结果证实了这一推测.

实验2: 实验中推理能力强的两组被试中, 意识水平低组只有3%的人解决了迁移题, 意识水平高组有53%的被试解决了迁移题; 而推理能力低的两组, 意识水平低组无人解决迁移题, 意识水平高组则有33%的被试解决了迁移题. 这一结果说明, 在平面几何解题过程中, 解题者意识到先后问题之间存在的共性关系, 对解题迁移有显著的影响.

实验前我们曾假设, 推理能力高的学生在解决平面几何问题时可能会自发地意识到先后问题之间的关系而顺利地产生迁移. 实验中推理能力高但未经问题暗示的意识水平低组, 有3%的被试解决了迁移题, 而意识水平高组则有53%的被试解决了迁移题. 这一结果不支持我们的推测, 却更有力地说明, 在平面几何解题过程中解题者对先后问题之间关系的意识水平对迁移有显著的影响.

4.2 结论

通过实验研究得出以下结论: (1) 在平面几何解题过程中, 解题者对具有内在联系的先后问题之间共性关系的意识及加工水平, 是影响解题迁移的重要因素之一. (2) 迁移题的难度太大或太小, 将导致解题者对先后问题之间共性关系的意识及加工作用的失败而出现地板效应和天花板效应, 且加工水平与问题难度在影响解题迁移时有交互作用. (3) 在平面几何解题过程中, 无论解题者推理能力强弱, 解题者对先后问题之间共性关系的意识水平对解题迁移都有显著的影响. (4) 学生的平面几何成就与他们的推理能力有显著的正相关. (5) 意识水平与推理能力, 在影响平面几何解题迁移时没有交互作用.

参 考 文 献

- [1] Lovett M C, Anderson J R. Effects of solving related proofs on memory and transfer in geometry problem solving[J]. *Journal of Experimental Psychology, Learning, Memory, and Cognition*, 1994, 20: 366~378.
- [2] Gick M L, Holyoak K J. Analogical problem solving[J]. *Cognitive Psychology*, 1980, 12: 306~355.
- [3] Gick M L, Holyoak K J. Schema induction and analogical transfer[J]. *Cognitive Psychology*, 1983, 15: 1~38.
- [4] Reed S K, Dempster A, Ettinger M. Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems[J]. *Journal of Experimental Psychology Learning, Memory, and Cognition*, 1985, 11: 106~125.
- [5] Sweller J, Cooper G. The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra[J]. *Cognition and Instruction*, 1985, 2: 59~89.
- [6] 朱新明. 解决几何问题的思维过程[J]. *心理学报*, 1983, (1): 9~17.