心理科学进展 2003，11（6）：642~ 650
Advances in Psychological Science

加减文字题解决研究概述

周新林[1，2] 张梅玲[2]

（[1]北京师范大学心理学院脑与认知科学研究所，北京 100875） （[2]中国科学院心理研究所，北京 100101）

摘 要 加减文字题指应用加减法运算解答的简单数学应用题。基本类型有合并题、变化题和比较题。人们主要采用四种方法研究解题过程：解答问题、回忆和构造问题、建立计算机模型和眼动记录。过去研究发现语义类型、年龄、难以理解的词句、问题陈述的简约性、题材个人化、问题陈述结构、数量大小、未知集类型和解答问题的方式等因素显著影响解题过程。人们对解题过程提出了两种理论模型，一是数学知识应用模型，一是语言理解模型。

关键词 加减文字题，算术应用题，问题解决，数学认知，数学教育。

分类号 B842

加减文字题是小学低年级学生在数学学习中的重要内容，解决这种类型的问题，既是获得数学概念的工具，也是发展解答数学问题能力的重要途径[1]，研究加减文字题解决过程，能够为教学设计、评价和分析学生行为特点提供心理学基础；此外，加减法文字题的研究也是数学认知研究的重要内容。下面对这一研究领域作简单的介绍。希望通过本文的介绍，使人们认识这一研究领域，并激发更深入的研究。

1 加减文字题的定义、特征、分类和研究方法

1.1 加减文字题的定义、特征与分类

数学文字题(Mathematical word problems)是以现实世界中的事件与关系为题材，用自然语言陈述，以执行数学运算为主的问题[2]。人们研究最多的数学文字题就是加减文字题(addition and subtraction word problems)，即应用加减法就可以解答的问题，人们也常称之为算术应用题。

现实世界中的动态事件可以作为加减文字题的题材。例如问题“明明有 4 个苹果。他给华华 2 个苹果。现在他剩下多少个苹果？”，这是一道变化题，它以变化事件为题材。事件往往有开始、发生和结束三个部分或状态。在上面的变化事件中，“明明有 4 个苹果”可视为开始状态，“他给华华 2 个苹果”可视为发生状态或者变化状态。“现在他剩下若干个苹果”可视为结束状态。事物之间的静态数量关系也可以作为加减文字题的题材。例如问题“明明有 4 个苹果，华华有 2 个苹果。明明比华华多多少个苹果？”，这是一道比较题，它以静态的多少数量关系为题材。

加减文字题在言语陈述上可以是简练的，排列有序的，也可以带有冗余信息，是排列无序的[3]。

解答加减文字题需要一定的语言理解能力[3~6]，此外，还需要运用一些数学知识，例如数的知识、加减法运算的知识等[1，7~9]。

一个被广泛接受的加减文字题分类是根据问题中的语义结构(Semantic structure)将问题分为三种类型：合并题(Combine)，变化题(Change)和比较题(Compare)[10，11]，它们在一些研究中经常被采用[4，5，12，13]。问题举例见表 1。在表 1 中，每一类型问题根据未知集类型又可被进一步分类。表 1 中共有 20 道问题。除了比较题 1、2 之外，其余 18 道问题是过去研究中经常被采用的。

1.2 研究加减文字题解决的基本方法

基本上有四种方法：解答问题、回忆和构造问题、建立计算机模型和眼动记录。

收稿日期：2003-02-15

表 1 20 道典型的加减文字题及其举例

合并题：
总体集未知题：
1.明明有 3 只苹果，华华有 6 只苹果。明明和华华共有多少只苹果？
2.明明有 5 只苹果，华华有 3 只苹果。华华和明明共有多少只苹果？
部分集未知题(Ⅰ)：
3.明明有 5 只苹果，明明和华华共有 8 只苹果。华华有多少只苹果？
4.明明有 2 只苹果，华华和明明共有 7 只苹果。华华有多少只苹果？
部分集未知题(Ⅱ)：
5.明明和华华共有 9 只苹果，明明有 6 只苹果。华华有多少只苹果？
6.华华和明明共有 4 只苹果，明明有 4 只苹果。华华有多少只苹果？
变化题：
结束集未知题：
1.明明有 6 只苹果,华华给明明 3 只苹果,现在明明有多少只苹果?
2.明明有 8 只苹果,明明给华华 2 只苹果,现在明明有多少只苹果?
变化集未知题：
3.明明有 5 只苹果,华华给明明一些苹果,明明现在有 7 只苹果,华华给明明多少只苹果?
4.明明有 8 只苹果,明明给华华一些苹果,明明现在有 2 只苹果,明明给华华多少只苹果?
开始集未知题：
5.明明有一些苹果,华华给明明 3 只苹果,明明现在有 7 只苹果,开始明明有多少只苹果?
6.明明有一些苹果,明明给华华 3 只苹果,明明现在有 5 只苹果,开始明明有多少只苹果?
比较题：
差集未知题(Ⅰ)：
1.明明有 3 只苹果，华华有 2 只苹果，明明比华华多多少只苹果?
2.明明有 3 只苹果，华华有 7 只苹果，明明比华华少多少只苹果?
差集未知题(Ⅱ)：
3.明明有 2 只苹果，华华有 6 只苹果，华华比明明多多少只苹果?
4.明明有 7 只苹果，华华有 5 只苹果，华华比明明少多少只苹果?
比较集未知题：
5.明明有 3 只苹果，华华比明明多 6 只苹果，华华有多少只苹果？
6.明明有 7 只苹果，华华比明明少 2 只苹果，华华有多少只苹果？
标准集未知题：
7.明明有 5 只苹果，明明比华华多 4 只苹果，华华有多少只苹果？
8.明明有 2 只苹果，明明比华华少 6 只苹果，华华有多少只苹果？

1.2.1 解答问题

解答问题的方法是最为主要的方法。问题可以用三种方式呈现给学生：口头形式[4]、书面形式[14]和利用计算机呈现[12]。在研究幼儿园儿童和小学低年级学生解答加减文字题中，往往采用口头呈现方法[4]，对稍长儿童和成人则采用书面或利用计算机呈现[12，15]。在解题的过程中，有时要求儿童进行口语报告[16~19]，有时提供积木块，要求儿童利用积木块演示数量变化过程[10，19]。在样例学习研究中，先呈现样例问题，然后要求学生解答目标问题[20]。

1.2.2 回忆和构造问题

学生在解答问题之前或之后回忆问题[13]，研究者通过这种方式试图了解解题者对问题的理解状况。一

些研究者发现，解题者常常将困难的问题回忆成为简单问题，例如将比较题 7、8 回忆成为比较题 5、6[13]。不过，这是解答完成问题之后的问题回忆特征；如果在解答问题之前就要求学生回忆（他们已听完了问题陈述），则在简单问题和困难问题的回忆成绩上没有差异。

在一些研究中，解题者被要求根据一定的条件构造问题或问题中的关键语句[21, 14]。Lewis 和 Mayer 在一项研究中要求大学生根据两个句子写出一个数量关系句，例如，有两个句子：在 ARCO 汽油的价格是每加仑 1.13 美元；在 Chevron 汽油的价格是每加仑 1.18 美元。实验结果发现，学生更喜欢使用非标记性的词语(例如，高、多和大)，而不是标记性的词语(例如，低、少和小)，例如，Chevron 的汽油价格比 ARCO 的汽油价格高 0.05 美元。这说明关系陈述中的某种结构更为自然和更为学生喜欢。

1.2.3 建立计算机模型。

以经验性研究为基础，一些研究者构造出儿童解答加减文字题的计算机模型。根据模型作出的预测与实际观测的吻合程度决定了模型的合理程度。例如，Cummins 等人(1988)在行为研究之后构造计算机模型，在这一模型中如果引入类似于语言理解上的错误，将产生解题错误，这似乎支持这些研究者的语言理解模型。LeBlanc 和 Weber-Russell (1996) 提出了一个计算机模型，它强调在自下而上理解算术文字题过程中的工作记忆需求，需要记忆的概念数量和文本整合推理(Text-integration inferences)数量在很大程度上影响低年级儿童(K－3)的解题成绩。

1.2.4 眼动记录

解答加减文字题需要阅读文本信息，也即需要用眼睛扫描文本信息，扫描过程中的眼动模式在一定程度上可以反映出心理加工过程，所以一些研究者通过眼动记录技术揭示自下而上的言语加工特点。在 Hegarty 等人(1995)的研究中，他们比较了成功者和不成功者的眼动模式，发现不成功者花费了更多的时间注视关键信息，例如数字和关系术语(比…多或比…少)。

2 影响解答加减文字题的主要因素

有许多因素可以影响儿童和成人解答加减文字题，下面仅介绍主要的的影响因素。这些因素主要包括以下几个方面：语义类型、年龄、难以理解的词句、问题陈述的简约性、题材个人化、问题陈述结构、数量大小、未知集类型和解答问题的方式。这些因素的影响作用往往是客观的，或者说是可以重复验证的，但是对影响作用的解释就是主观的，并不是完全一致，所以，下面关于影响作用的解释只介绍主要的观点。

2.1 语义类型

对于三种典型的语义关系：合并、变化和比较，它们所对应的问题在难度上有所区别。实验结果一般发现比较题是最困难的问题[4, 8]。在变化题中，含有外显的动作，儿童可以根据动作解答问题，在比较题中，含有的语义关系是静态的和形式化的，学生不能建立动作表征；关于合并题和变化题上的难度差异在不同的研究中有所不同，有的研究发现，合并题比变化题容易[4]，有的发现变化题比合并题容易[5]。合并题比变化题更为困难，对此的解释方式与比较题比变化题更为困难的解释方式是一致的。如果变化题更为困难，则归因为变化题中含有更加复杂的语义关系。

2.2 年龄

在一些研究中，四岁的儿童解答变化题，他们不能作出适宜的反应，但是 5 岁的儿童已经可以解答这一类问题了[9]。一般的研究在被试取样上是从幼儿园大班到小学三年级[8]。他们的解题错误率是年级的函数。在一些研究中也采用大学生为被试[12]，他们解答这些问题往往有时间上的压力，所以，也有一定的错误率，但不管怎样，他们解答问题的速度比小学生快得多。

随着年龄的增大，儿童的数学知识(例如部总知识)逐渐牢固掌握，各种解答问题的程序性知识和策略性知识也发展起来了，所以解答正确率逐步提高[16, 17, 8]。

2.3 难以理解的词句

在 Mayer(1982)的研究中，儿童倾向于将比较语句理解为简单的指派语句，例如，“ 玛莉比约翰多 5 个弹子 ”，儿童将其理解为 “ 玛莉有 5 个弹子 ”。在另一项研究中，也表明儿童不能有效理解关系陈述，即儿童不能意识到下面两种表述是对等的 ：“ 集合 x 比集合 y 多 n 个 ” 与 “ 集合 y 比集合 x 少 n 个 ” [22]。

在一些研究中发现，儿童不能正确理解 “ 总共 ” [18, 4]。儿童往往将它理解为 “ 每一个 ”，这在儿童的口语报告中得到了体现（I=调查者，C=儿童）：

I：皮特有 3 只苹果；安也有一些苹果；皮特和安总共有 9 只苹果；安有多少只苹果？

C：9。

I：为什么？

C：因为你刚才说的。

I：你能把问题再说一遍吗？

C：皮特有 3 只苹果；安也有一些苹果；安有 9 只苹果；皮特也有 9 只苹果？

不能正确理解语言从而导致解题错误是预料之中的。不过，一些研究者认为，低年级儿童的解题错误大部分可以归结为儿童没有能力正确解释语言。

2.4 问题陈述的简约性

数学课本上的问题往往在语言陈述上非常标准的，陈述简练，有一些潜在的关系不直接陈述出来。学生解答这种问题往往比较困难。如果对这种标准陈述的问题进行改写，将一些潜在的关需直接陈述出来，问题的难度将降低[23, 18]。例如下面有两道问题，一道是标准陈述问题，一种是改写后的问题（问题来自 Cummins 于 1991 年的研究）。一年级学生解答这两种问题的正确率分别是 30%和 85%[23]，两者间有显著的不同。

标准问题	玛莉和约翰一共有 5 个弹子。	改写后的问题	一共有 5 个弹子
	玛莉有 3 个。		其中 3 个属于玛莉
	约翰有多少个？		剩下的属于约翰
			约翰有多少个？

没有改写的时候，解题者不得不进行推理，以确定集合之间的关系，这增加了加工负担和容易出现错误[23]。

2.5 题材个人化

将数学问题的题材个人经验化，能够促进问题的解答。这可能激发更高动机水平和建立了更容易操作的心理表征。Davis-Dorsey 等人在一项研究中[24]，把个人喜欢的宠物、电影等信息结合在问题的文本中，这促进了问题的求解。d’ Ailly 等人在一项研究中探讨了自我指称术语(Self-referencing term)的使用对解答比较题的影响。下面两道题，一道是常规问题，一道是运用了 “ 你 ” 这一自我指称术语的问题：

汤姆有 3 只球。	你有 3 只球。
鲍勃比汤姆多 2 只球。	鲍勃比你多 2 只球。
鲍勃有多少只球？	鲍勃有多少只球？

对于上面的比较集未知题，运用了 “ 你 ” 之后产生了显著的促进作用。

2.6 问题陈述结构

当问题以某一事件作为题材时，在对事件的陈述方式上有两种结构，一种是陈述顺序与事件发生发展的时间顺序一致，一种是不一致（问题举例见下面，问题来自 Fayol, Abdi 和 Gombert 于 1987 年的研究，问题中的数字是本文作者加上的）。在一致的时候，问题比较容易解答，这与认知资源的使用有关[25]。

一致问题　波尔有 6 个糖果。他的妈妈给了他 4 个。他的姐姐给了他 5 个。现在他有多少个？

不一致问题 在早晨有 6 辆汽车开进了车库。在中午有 4 辆。昨天里面有 5 辆。现在有多少辆？

问题陈述结构上的变化对解答问题过程带来的影响，往往认为是发生在语言理解的阶段[5]。

2.7 数量大小

问题中的数量大小程度可以影响儿童解答问题。Fayol 等人区分“容易数”和“困难数”[25]，前者例如 20、40、10，在计算时不含进位；后者例如 24、3、5，在计算时含有进位。因为有限的工作记忆容量，计算越复杂，语义解释越有可能出错。在另一研究中，问题根据数字的大小分为三种类型：小数量问题，数量用 1~5 中的数字表示；中等数量问题，数量用 5~9 中的数字表示；大数量问题，数量用 11~15 中的数字表示。实验结果表明存在着显著的数量大小效应，其中大数量问题比小数量问题困难[26]。

数量大小的影响作用主要根据有限的认知资源加以解释，这种认知资源被解释为注意资源[26] 或者工作记忆容量[25]。大数量或者含有进位的数量需要更多的认知资源进行加工，这在一定程度上对整个问题解决过程带来不利的影响。

2.8 未知集类型

对于合并题，总体集未知题比部分集未知题容易[13]。

在变化题中，结束集未知题比开始集未知题容易。这是在经验性研究中被反复证实的[1, 9, 25]。一些研究者认为，解答结束集未知题，只需要采用直接模型化程序(Direct modeling procedure)，即将问题文本所描述的情境直接映射为算式，但是，对于开始集未知题，则不能直接转换，而是需要用部总集知识去理解问题中的数量关系。如果学生缺少了部总知识（关于部分和总体之间的转换关系的知识），将难以解答开始集未知题[8]。

还有一个被反复证实的现象，即比较集未知题比标准集未知题容易[12, 13, 22, 27]。Mayer 等人认为解题者如果采用关键词策略（例如，见多用加，见少用减），解答标准集未知题时将出现解题错误，因为这一类型问题所需要的运算与关键词所对应的运算是相反的[28]。

2.9 解答问题的方式

解答问题的方式多种多样，例如，口头回答问题、利用纸笔回答问题、利用积木块辅助解答问题等。已有研究发现，是否利用积木块对儿童解答问题没有产生显著影响[13]。但是，许多研究发现利用图形表征能够显著促进学生解答问题[29，31]。

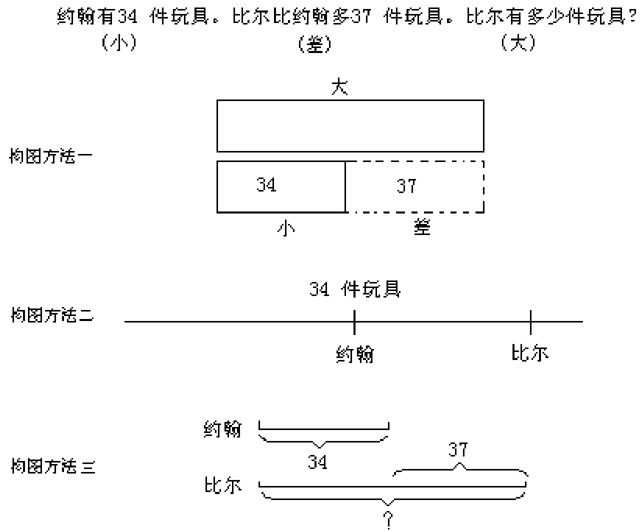

图 1 解答比较题的三种构图方法

例如，对于图 1 中的问题，一共有三种构造图形的方法。对于构图方法一[29]，三个固定的方框分别代表大数、小数和差数，需要学生分析问题中的三个数之后，将它们填入相应的方框中，然后根据方框中已知数量和未知数量的关系列出算式，这三个数就对应着三个数概念：大数、小数和差数。对于构图方法二，画一直线，将题文中已知量及其名称写在直线中央；如果未知量小于已知量，则将它写在直线的左边，否则在右边；如果未知量在右边，用加法，否则用减法[31]。对于构图方法三[30]，直接用线段表示数量以及它们之间的结构关系表示数量关系。研究结果发现，这三种图形都可以促进学生正确解答比较题。

概括起来，图形的优势可能主要来自以下三个方面，首先，突出了结构特征，去掉了无关细节的干扰；其次，图形是可以用眼睛看的，使学生利用对于人类来说是非常容易的知觉推理；最后，图形可以再现情境或现实过程，而后者是认识的源泉。

3 解答加减文字题的两种模型

解答加减文字题的基本心理过程是什么呢？或者说如何描述儿童的问题解决行为呢？到目前为止，人们主要从数学知识应用和语言理解的角度理解儿童的行为，所以主要有两种理论模型：数学知识应用模型和语言理解模型。最先明确提出这种分类的是 Cummins 等人(1988)，随后这种分类得到了许多研究者的认可[13，6，32，33]。

3.1 数学知识应用模型

数学知识应用模型强调一些数学知识在问题解决中的重要角色。数学知识主要是逻辑－数学知识，例如部分和总体之间关系的知识。

Nesher(1982)认为，解答问题的行为水平变化归因于集合(Set)、逻辑运算(Logical operation)和数学运算(Mathematical operation)等知识的发展。Riley 等人(1983)认为，解答问题需要掌握图式(Schemata)，它们表示着语义关系，连接语义关系与解题步骤。语义图式的获得将依赖对逻辑集合关系(Logical set relation)知识的掌握。逻辑集合关系主要是部总关系。在 Briars 和 Larkin(1984)提出的能力发展模型中，逻辑知识包括了运算的可逆性和子集的对等性等。

Cummins(1991)对能力发展的逻辑－数学观点加以总结，她认为，根据这一观点，解答问题有两条途径，一是将关键词映射到数学运算上，例如“一共”对应着加法；二是将文本命题映射到部总知识上去，后者将启动数学运算。在第一条途径中，缺少部总集知识是不影响问题解决的；在第二条途径中，如果缺少部总集知识，问题中又没有可以直接启动数学运算的关键词句(即第一条途径走不通)，将可能出现解题错误。

目前的一些研究表明，年幼儿童能够理解部总关系。例如，在 Sophian 和 Vong(1995)的研究中，5 岁的儿童能够对结束集未知题和开始集未知题作出适宜的反应。

除了上面的知识以外，在一些研究中也涉及运算的知识和数的知识。例如在 Baroody 及其同事的研究中，认为儿童可以利用加法交换律去寻找问题的答案[34]。加法文字题比减法文字题容易[7]，Dixon 等人认为这是因为解题者对加法有更好的表征[35]。Fan 等人(1994)认为，儿童解答差别问题(例如比较题)时，心理数轴(Mental number line)是一个重要的加工内容。

数学知识模型在很大程度上依赖部总知识的作用。在皮亚杰的认知发展主义研究中，部总知识也是非常重要的，如果儿童不能解答类属问题(Class inclusion problem)，例如，“是雏菊多还是花多”，就是因为儿童缺少部总知识。一些研究者往往把部总知识的作用作为加减文字题解决过程不可缺少的一种机制，如果学生不能解答问题，就是缺少了部总知识，如果可以解答问题，就是掌握了部总知识[9]。目前人们对部总知识并没有一致的看法，有的认为是仅仅关于部分和总体之间关系的一般性知识[8]，有的认为还包括数学运算方面的知识[1]。

3.2 语言理解模型

语言理解模型主要从语言理解的角度描述儿童的解题行为。Kintsch 和她的同事建立了一种解答加减文字题的语言理解模型[36]。他们基于 van Dijk 和 Kintsch 提出的话语理解(Discourse comprehension) 理论框架，认为解题者解答问题也需要建立文本库和情境模型。文本库是对文本内容的心理表征，情境模型是对于文本所描述情境的表征。前者反映了命题的连贯性和组织，后者则是形成算术结构(Arithmetic structure)。情境模型也被称作问题模型。

根据这一模型，问题的语言形式是很重要的，此外，还需要理解文本所描述的情境。如果问题所包含的情境或动作是学生所熟悉的，他们将比较容易形成问题模型。例如，在 Hudson(1983)所报告的广为引用的事例中[37]，包含两种问题：

问题 1	有 5 只鸟和 3 条虫, 鸟比虫多多少？	问题 2	有 5 只鸟和 3 条虫, 有多少只鸟不能得到一条虫？

前面的问题只有 39%的学生可以解答，但是后一问题却有 79%的学生可以解答。Kintsch 认为对于后一问题，学生可以形成确定的情境模型－鸟吃虫，这给学生提供了一个具体的算术结构。对于前一问题，抽象的关系术语“比…多”不能提供这样的支架(Crutch)。

语言观点认为，出现解题错误，不是因为学生没有部总知识结构，而是因为语言的抽象和模棱两可使得学生难于将文本命题映射到部总知识上，即不能有效地访问部总知识[4, 23]。Cummins(1991)认为不要低估儿童对逻辑－数学知识的理解。根据 Cummins 等人的观点，部总知识的作用仍然是存在的，只是它不是导致解题错误的主要原因。其余一些持语言观点的人直接认为儿童无法正确理解语言将导致解题错误[18, 22]，没有必要假设有部总知识的作用。

一些研究者认为，语言理解模型得到了一些证据的支持。首先，最为重要的证据来自词语不理解导致解题错误。如前所述，词句理解上的困难的确可以导致解题错误，尤其对于低年级儿童，语言能力还不是很成熟，所以，语言理解扮演着一定的角色是客观存在的。其次，不熟悉的语言陈述格式将导致解题错误。再次，儿童解答问题的成绩与儿童对问题的回忆成绩之间有系统性的关联，或者说，容易解答的问题，回忆成绩好，不容易解答的问题，回忆成绩差，因为回忆问题的成绩可以当作理解问题的成绩，所以，这一现象也表明语言理解的重要性；最后，问题改写(Problem rewriting)的显著促进作用来自于对语言理解的促进作用。在问题改写研究范式中，学生解答常规陈述的问题和经过改写后陈述的问题。前者标准和简练，后者带有冗余信息(相对于成人而言)，即将一些潜在的关系也陈述出来。后一陈述方式减轻了语言理解的负担，无需利用关于语言理解方面的背景知识。

上面简要的介绍了数学知识应用模型和语言理解模型。人们是在对数学知识应用模型不满意的基础上提出了语言理解模型[8]，在目前，语言理解模型得到更多人的赞同，也是人们进行经验性研究或教学干预研究的主要理论框架。不管怎样，人们并不是完全否认一些数学知识的作用，包括一些语言理解模型也认为诸如部总知识这样的数理逻辑知识仍然是不可或缺的[36]，其余的一些研究则是针对数量知识和加减法运算方面的知识来探讨它们对解答加减文字题的影响作用[19, 34]。

参考文献

[1] Briars D J, Larkin J H. An integrated model of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1984, (1): 245~296

[2] Bassok M. Semantic alignments in mathematical word problems. In: D Gentner, K J Holyoak, B N Kokinov ed. The analogical mind: Perspectives from cognitive science. Cambridge, MA: MIT Press, 2001

[3] De Corte E, Verschaffel L, De Win L. Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. Journal of Educational Psychology, 1985, 77(4): 460~470

[4] Cummins D, Kintsch W, Ruesser K, Weimer R. The role of understanding in solving word problems. Cognitive psychology, 1988, 20: 405~438

[5] LeBlanc M D, Weber-Russell S. Text integration and mathematical connections: A computer model of arithmetic word problem solving. Cognitive Science, 1996, 20: 357~407

[6] Wheeler J L, Regian J W. The use of a cognitive tutoring system in the improvement of the abstract reasoning component of word problem solving. Computers in Human Behavior, 15: 243~254

[7] Nesher P. Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In: T P Carpenter, J M Moser, T A Romberg ed. Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 1982. 25~38

[8] Riley M S, Greeno J G. Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. Cognition and Instruction, 1988, (5): 49~101

[9] Sophian C, Vong K I. The parts and wholes of arithmetic story problems: Developing knowleging in the preschool years. Cognition and Instruction, 1995, 13(3): 469~477

[10] Carpenter T P, Moser J M. The development of addition and subtraction problem-solving skill. In: T P Carpenter, J M Moser, T A Romberg ed. Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc, 1982. 9~24

[11] Heller J J, Greeno J G. Semantic processing in arithmetic word problem solving. Paper presented at the Midwestern Psychological Association Convention, Chicago, 1978

[12] d' Ailly H, Simpson J, Mackinnon G E. Where should "you" go in a math compare problem? Journal of Educational Psychology, 1997, 3: 562~567

[13] Resnick L B. Developing mathematical knowledge. American Psychologist, 1989, 44: 162~169.

[14] Lewis A B, Mayer R E. Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 1987, 79(4): 363~371

[15] Hegarty M, Mayer R E, Monk C A. Comprehension of Arithmetic Word Problems: A comparison of successful and unsuccessful problems solvers. Journal of Educational Psychology, 1995, 87(1): 18~32

[16] 刘广珠. 儿童解决算术应用题认知加工过程及比较图式形成的实验研究. 心理发展与教育，1996，(2):1~5

[17] 徐敏毅. 儿童解决算术应用题时认知加工过程的实验研究(II). 心理发展与教育, 1995，(4):16~21

[18] De Corte E, Verschaffel L. Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. The Journal of Mathematical Behavior, 1985, 4: 3~21

[19] Fan N, Mueller J H, Marini A E. Solving difference problems: Wording primes coordination. Cognition and Instruction, 1994, 12(4): 355~369

[20] Mwangi W, Sweller J. Learning to solve compare word problems: the effect of example format and generating self-explanations. Cognition and instruction, 1998, 16(2): 173~199

[21] 何纪全. 关于小学生对应用题结构认知发展的初步研究(Ⅰ). 心理学报，1988，(1): 8~14

[22] Stern E. What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? Journal of Educational Psychology, 1993, (1): 7~23

[23] Cummins D D. Children's interpretations of Arithmetic word problems. Cognition and Instruction, 1991, 8(3): 261~289

[24] Davis-Dorsey J, Ross S M, Morrison G R. The role of rewording and context personalization in the solving of Mathematical word problems. Journal of Educational Psychology, 1991, 83(1): 61~68

[25] Fayol M, Abdi H, Gombert J. Arithmetic problems formulation and working memory load. Cognition and Instruction, 1987, 4(3): 187~202

[26] Rabinowitz M, Woolley K E. Much ado about nothing: The relation among computational skill, arithmetic word problem

comprehension, and limited attentional resources. Cognition and Instruction, 1995, 13(1): 51~71

[27] **周新林，张梅玲. 标准集未知题的易错性成因. 心理学报，**2000，(3): 287~291

[28] Mayer R E, Hegarty M. The Process of Understanding Mathematical Problems. In: R J Sternberg, Talia Ben-Zeev ed. The Nature of Mathematical Thinking. Hillsdale,NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. 3~25

[29] Willis G B, Fuson K C. Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. Journal of Educational Psychology, 1988, 80(2): 192~201

[30] **周新林, 张梅玲. 分析概念和构图求解文字题的效果比较. 心理科学，**2000, (4): 611.

[31] Lewis A B. Training students to represent arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 1989, 81: 521~531

[32] Booth R D L, Thomas M O J. Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties. JMB, 2000, 18(2): 169~190

[33] Neuman Y, Schwarz B. Substituting one mystery for another: the role of self-explanation in solving algebra word problems. Learning and Instruction, 2000, 10: 203~220

[34] Wilkins J L M, Baroody A J, Tiilikainen S. Kindergartners' understanding of additive commutativity within the context of word problems. Journal of Experimental Child Psychology, 2000, 79: 23~36

[35] Dixon J A, Deets J K, Bangert A. The representations of the arithmetic operations include functional relationships. Memory & Cognition, 2001, 29(3): 462~477

[36] Kintsch W, Greeno J G. Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 1985, 92(1): 109~129

[37] Hudson T. Correspondences and numerical differences between disjoint sets. Child Development, 1983, 54: 84~90

Review on the Research for Addition and Subtraction Word Problem Solving

Zhou Xinlin[1,2] Zhang Meiling[2]

(Institute of Brain and Cognitive Science, School of Psychology, Beijing Normal University, Beijing, 100875)

(Institute of Psychology, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100101)

Abstract: Addition and subtraction word problems refer to a type of mathematical word problems that can be solved by applying addition and subtraction. They can be mainly classified into three categories: combine, change and compare. There are four types of methods to investigate the mental processes: solving problem, recalling and constructing problems, building simulation model of computer, and recording eye-movement. Previous research found that the mental processes could be significantly affected by these factors: semantic type, age, phrase and sentence, narrating format, context personalization, the structure of problem text, number size, the type of unknown set and strategies to solve problems. Researchers mainly proposed two theoretical explanations for the mental processes: mathematical knowledge applying model and language comprehension model .

Key words: addition and subtraction word problems, arithmetic word problem, problem solving, mathematical cognition, mathematical education.