

# 小学生应用题表征的类型和特点\*

董妍\*\*<sup>1</sup> 路海东<sup>2</sup> 俞国良<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院心理研究所心理健康国家重点实验室, 中科院研究生院, 北京, 100101)

(<sup>2</sup>东北师范大学心理学系, 长春, 130024) (<sup>3</sup>中国人民大学社会学系, 社会心理学研究所, 北京, 100872)

**摘要** 以124名小学六年级学生为被试, 采用应用题解决问卷考查了我国小学生应用题表征的类型和特点。结果表明小学生应用题的表征方式有复述内容、图式表征、图片表征、直译表征、语义结构分析等; 成功解题者和不成功解题者对各种表征方式的使用次数上没有显著差异; 成功解题者和不成功解题者在各种表征方式下的解题成绩有显著差异, 成功解题者在图式表征、直译表征和语义结构分析表征下的成绩显著优于不成功解题者。

**关键词:** 问题表征 数学问题解决 表征方式

## 1 前言

已有研究表明数学问题表征能力较差或者缺乏适当的问题表征方式是造成儿童学习困难的重要原因<sup>[1]</sup>。因此, 许多学者认为解决应用题的关键是理解题意, 形成已知条件与问题目标之间的问题情境的正确表征<sup>[2]</sup>。但是, 什么样的表征才有利于小学生应用题的解决, 不同的学者研究的角度不同, 所得到的结论也不尽相同。

张庆林等(1997)通过研究发现, 学生表征应用题的方式主要有三类: 复述内容、画图、找关键信息<sup>[3]</sup>。优、中、差三类学生在表征方式的使用上差异很大, 差生更多地使用复述内容的方式。同时发现结构表征最有利于元认知监视和正确解题, 是最佳的表征方式。纪桂萍等(1996)在研究中把数学问题解决中的心理表征分为形象表征(visual representation)和抽象表征(abstract representation)两种<sup>[4]</sup>。同时, 她们在研究中发现小学生的思维具有形象性的特点, 图形表征是小学生问题解决过程中的一种重要表征系统。Tom(2001)<sup>[5]</sup>认为应用题的表征类型可以分为视觉化表征、非视觉化表征或言语化表征与混合型。

通过研究他们发现问题难度影响学生对问题表征方式的选择。当学生解决难题或新颖的问题时通常采用视觉化的方式进行表征, 当解决相对不难的问题时通常采用非视觉化的方式, 并且无论是否正确解决了问题都有这种倾向。Hegarty等人(1999)<sup>[6]</sup>把视-空表征区分为两种类型: 图式表征即描述问题中空间关系的表征和图片表征即描述问题中客体视觉外貌的表征方式。通过研究他们发现使用图式表征是和算术应用题的成功解决相联系的, 然而使

用图片表征则和问题的成功解决呈负相关。曾盼盼等(2003)研究了我国小学生在图式和图片表征上的年级差异<sup>[7]</sup>。Hegarty等人(1995)<sup>[8]</sup>还提出成功的应用题解决者在表征问题时通常将采用问题模型策略即根据问题描述构建一个问题情境的心理模型, 而不成功的应用题解决者则采用直接翻译策略, 他们直接从问题中选择数字和一些关系词(如多、少等)来进行表征。Hegarty在研究中发现当是不一致题型的比较应用题(出现“多”, 实际上用减法, 出现“少”实际上用加法)时, 能够证实上述观点。路海东等人(2003)<sup>[9]</sup>针对我国小学生表征和差应用题的策略也进行了研究, 得出了类似的结论。

从前人的研究中可以看出, 小学生在表征应用题的时候可能采用了多种方式。但是很少有研究综合了多种表征方式, 来全面地探讨小学生应用题表征方式的类型和特点, 大多数研究只是从某一个方面进行了探讨。本研究有两个目的, 一是全面地了解小学生表征应用题有哪些类型, 二是通过对成功解题者和不成功解题者的比较, 分析我国小学生数学应用题表征的特点。

## 2 方法

### 2.1 被试

长春市二实验小学六年级共150名学生参加研究, 他们来自三个自然班。男81名, 女69名。应用题问卷施测后, 剩余有效被试为124名, 其中男生66名, 女生58名。

### 2.2 材料

#### 2.2.1 应用题解决问卷

以Suwarsono编制的MPI(the mathematical processing instrument)问卷为范本, 根据我国小学生应用

\* 教育部人文社会科学研究2002年度专项研究任务项目(项目批准号: 02JD880002)

\*\* 第一作者简介: 董妍, 女, 中科院心理研究所2003级博士研究生。E-mail: dongy @psych. ac. cn

题学习的实际情况,编写 36 道题目。这些题目的特点是均可以运用多种表征方式进行解题。根据小学高年级数学教师的意见、部分学生的预试情况以及题目的区分度和难度,最终保留了 10 道题目,该问卷的平均题目难度为 0.587。内部一致性为:Cronbach's  $\alpha = .786$ 。同时,在每一道题目下都有六种表征方式供被试选择。这六种问题表征方式分别是:复述内容、图片表征、图式表征、直译表征、语义结构分析和其它表征方式六种,选用其他表征方式的被试,要求写出所用的表征方式是什么。确定这六种表征进行研究是依据前人的研究和对部分小学六年级学生及小学高年级教师访谈的结果。

### 2.2.2 应用题问卷的施测程序与记分标准

该问卷采用集体施测的方式进行。在施测时首先举例说明各种问题表征方式都是什么,并向被试说明在做完每道题后,选出所用的主要表征方式。被试完全明白之后,开始正式施测,时间为 40 分钟。每题列式正确计 1 分,列式错误计 0 分;每种表征方式被选用 1 次记 1 分,没有被选用记 0 分。

## 3 结果

### 3.1 小学生应用题表征方式的类型

根据问卷调查的结果,我们发现,在应用题问卷中所列出的几种表征方式均有小学生使用。说明复述内容、图片表征、图式表征、直译表征、语义结构分析是小学生解应用题的时候经常采用的 5 种表征方式。小学生在解应用题的时候也会采用其他的表征方式,根据开放式问题的结果,其他的表征方式主要是列方程和公式法。各种表征方式被选用的次数及其占总次数的百分比如表 1 所示。图式表征和语义结构分析是两种被选用次数最多的表征方式,其余依次为直译表征、复述内容、其他表征方式和图片表征方式。

表 1 小学生表征应用题的类型

表征方式	复述内容	图式表征	图片表征	直译表征	语义结构分析	其他表征
选用次数	109	398	83	218	328	86
百分比	8.91%	32.57%	6.79%	17.84%	26.84%	7.04%

### 3.2 小学生应用题表征方式的特点

按照解应用题得分情况,取解题成绩在前 27% 和后 27% 的被试,按照解题成绩高低分为成功解题者和不成功解题者,每组 33 人。

#### 3.2.1 成功解题者和不成功解题者对各种表征方式的使用次数的比较

自变量为组别和性别,因变量为每种表征被使用的次数,经  $2 \times 2$  多元方差分析(MANOVA)结果显示,在各种表征方式的使用次数上,组别主效应未达显著水平,  $F = 1.057, p > 0.05$ ;性别主效应也未达显著水平,  $F = 1.453, p > 0.05$ ;组别与性别的交互作用也未达显著水平  $F = 1.094, p > 0.05$ 。说明成功解题者和不成功解题者在对各种表征的使用次数上没有差别。

#### 3.2.2 成功解题者和不成功解题者在各种表征方式下解题成绩的比较

自变量为组别和性别,因变量为每种表征下的解题成绩,经  $2 \times 2$  多元方差分析(MANOVA)结果显示,组别主效应达到显著水平,  $F = 87.732, p < 0.001$ ,进一步因变量之间分析表明,成功解题者与不成功解题者在图式表征、直译表征和语义结构分析下的解题成绩均存在显著差异,  $F(1, 62) = 8.559, p < 0.01$ ;  $F(1, 62) = 14.633, p < 0.01$ ;  $F(1, 62) = 12.100, p < 0.01$ ,成功解题者在这三项成绩上都优于不成功解题者,在其余表征方式下的解题成绩未达显著差异。性别主效应未达到显著水平,  $F = 0.671, p > 0.05$ ,表明男生与女生在各种表征方式下的解题成绩并无显著差异;组别与性别之间没有交互作用,  $F = 0.87, p > 0.05$ 。成功解题者和不成功解题者在各种表征方式下的解题成绩如表 2 所示。

表 2 成功解题者与不成功解题者在各种表征方式下的解题成绩(M ± SD)

表征方式类型	成功解题者		不成功解题者	
	男生(n=23)	女生(n=10)	男生(n=14)	女生(n=19)
复述内容	图式表征	图片表征	直译表征	语义结构分析
其他表征	0.57 ± 1.161	0.70 ± 0.823	0.14 ± 0.530	0.26 ± 0.560
图式表征	2.43 ± 2.128	2.70 ± 1.418	1.64 ± 1.216	1.16 ± 0.765
图片表征	0.52 ± 0.947	0.30 ± 0.483	0.07 ± 0.267	0.16 ± 0.501
直译表征	1.57 ± 1.996	2.40 ± 1.647	0.57 ± 0.852	0.53 ± 0.697
语义结构分析	3.26 ± 2.973	1.90 ± 1.792	0.57 ± 0.756	1.00 ± 0.943
其他表征	0.74 ± 1.630	0.70 ± 0.823	0.36 ± 0.497	0.05 ± 0.229

## 4 讨论

学生解答应用题的错误原因,主要是对问题结构的错误表征。本研究综合了前人研究的成果,考

查了六种小学生常用的问题表征方式之间的差异。从总体上来看图式表征和语义结构分析表征是两种被选用次数最多的表征方式。因此,虽然图式表征在本研究中专门指一种视觉化的表征方式,语义结

图分析是一种非视觉化的方式,但是它们在实际问题解决中的作用效果却是相似的,即都能够较为有效地解决问题。图式表征能够对解题起到促进作用,一方面是因为它是一种形象表征,形象表征有助于减少记忆负荷或提高贮存能力,以更具操作性和简化复杂关系的形式对信息进行编码和处理。这正如 Larkin 所说的:“纸和笔给问题解决者的工作记忆提供了一个无限的容量<sup>[10]</sup>”。另外,koedinger 等人(1990)也认为由线段图和表格等组成的图式比文字能更强烈地传递相同的信息,同时他也认为图表的认知负荷对工作记忆的负担小。另一方面是因为图式表征能够用简洁的方式完整的再现整个问题情境,由于对情境的完整再现,学生就会很容易发现问题初始条件和问题目标之间的关系,从而实现对问题的解决。语义结构分析是通过对具体每一个语句的理解来建构问题的表征,实际上在这一过程中,可能存在两个阶段,一是对每个语句的理解,二是对这些语句的整合,这样两个阶段使得小学生对问题情境实现了全面的理解,能有效地促进学生问题的解决。实质上图式表征和语义结构分析表征都注重对应用题已知条件之间关系的表征,而对于应用题中所涉及到的具体细节则很少关注。在本研究中直译表征方式的被选择次数仅显著少于图式表征的被选择次数。可以看出,由于这种方式比较简便并且占用的工作记忆容量较小,而且由于在一些题型中这种表征方式可能会导致问题的成功解决,因此它比较受学生的欢迎。本研究也发现直译表征在一定条件下能够导致正确的解题。特别是成功解题者,可能因为他们能够很好的判断题型(是一致题型还是不一致题型),所以采用直译表征方式也能导致非常高比例的正确列式(92.31%)。但是直译表征方式却不能导致所有问题的正确解决,特别是对不成功者的解题者,这种表征方式能够导致正确列式的比例只有 36.36%。这与以往的研究结果是一致的<sup>[9][11]</sup>。因此,虽然这种表征方式是小学生较为欢迎的,但不宜被广泛使用。复述内容和图片表征是小学生选择最少、效率较差的表征方式。虽然国外对复述内容的表征方式研究较少,但张庆林研究表明我国差生会经常采用此种表征方式<sup>[3]</sup>。图片表征虽然也是一种视觉化的表征方式,但是由于它是对于整个问题所描述的情境的详细再现,因此它不仅不会排除问题中的具体细节,还可能会增加工作记忆的负荷,它也不是一种有效的表征方式。从本研究的结果来看,成功解题者和不成功解题者在对各种表征方式的使用次数上并无显著差异。这与以往的一些研究有所不同。如以往对于数学学习不良学

生的研究表明:一些学生由于对采取何种数学符号表征没有足够的、有效的经验或策略,因此就会采取一种最为简单的方式——图片方式进行表征<sup>[1]</sup>。分析其原因,主要是本研究中被试为小学六年级学生,他们已经学过了所有的解决应用题的表征方式,并且已经知道了哪种表征方式更为有效。但是成功解题者与不成功解题者在图式表征、直译表征和语义结构分析下的解题成绩均存在显著差异,成功解题者显著优于不成功解题者。可见,成功解题者和不成功解题者在对各种表征方式的使用正确率上有区别。分析其原因,可能是由于不成功的解题者没有掌握每种表征方式的正确使用,只是简单地知道哪种表征方式好;也可能是由于他们的工作记忆容量有限,导致了表征的困难。一些研究已经证明学优生和学困生在工作记忆容量方面有差异<sup>[12]</sup>,而工作记忆在问题表征过程中有重要的作用。

## 5 结论

- 5.1 小学生应用题的表征方式有复述内容、图式表征、图片表征、直译表征、语义结构分析等。图式表征和语义结构分析是两种被选用次数最多的表征方式。
- 5.2 成功解题者和不成功解题者对各种表征方式的使用次数上没有显著差异。
- 5.3 成功解题者和不成功解题者在各种表征方式下的解题成绩有差异,具体体现在成功解题者在图式表征、直译表征和语义结构分析表征下的成绩显著优于不成功的解题者。

## 6 参考文献

- 1 胥兴春. 数学学业不良儿童的心理表现及其原因. 宁波大学学报(教育科学版), 2001, 23(2): 9 - 12
- 2 于萍, 左梦兰. 三—六年级小学生数学能力及认知结构的发展. 心理发展与教育, 1996, 12(1): 29 - 32
- 3 张庆林, 管鹏. 小学生表征应用题的元认知分析. 心理发展与教育, 1997, (13)3: 11 - 14
- 4 纪桂萍, 焦书兰, 何海东. 小学生数学问题解决与心理表征. 心理发展与教育, 1996, 1, 29 - 32
- 5 Tom Lowrie, Russell Kay. Relationship Between Visual and Nonvisual Solution Methods and Difficulty in Elementary Mathematics. The Journal of Educational Research, 2001, 81(4): 521 - 531
- 6 Mary Hegarty, Maria Kozhevnikov. Types of Visual - Spatial Representations and Mathematical Problem Solving. Journal of Educational Psychology, 1999, 91(4): 684 - 689
- 7 曾盼盼, 俞国良. 小学生视觉 - 空间表征类型和数学问题解决的研究. 心理科学, 2003, 26(2): 268 - 271
- 8 Mary Hegarty, Richard E. Mayer, and Christopher A. Mork.

- Comprehension of Arithmetic Word Problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 1995, 87(1): 18 - 32
- 9 路海东,董妍. 小学生表征数学应用题策略的研究. *心理发展与教育*, 2003, 19(1): 60 - 63
- 10 Larkin, Ji Mc Dermitt, J. Simon, et al. Expert and Novice performance in solving physics problems. *Science*, 1980, 208, 1335 - 1342
- 11 李晓东,张向葵,沃建中. 小学三年级数学学优生与学困生解决比较问题的差异. *心理学报*, 2002, 34(4): 400 - 406
- 12 李晓东等. 工作记忆对小学三年级学生解决比较问题的影响. *心理发展与教育*, 2003, 19(3): 41 - 45

## Types and Characteristics of Primary School Students' Word Problem Representations

Dong Yan<sup>1</sup>, Lu Haidong<sup>2</sup>, Yu Guoliang<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> Key Laboratory for Mental Health, Institute of Psychology, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100101)

(<sup>2</sup> Department of Psychology, Northeast Normal University, Changchun, 130024)

(<sup>3</sup> Research Institute of Social Psychology, Renmin University of China, Beijing, 100872)

**Abstract** The purpose of this study was to explore the major types and characteristics of word problem representations of 124 grade-six primary school students. The results indicated that rehearsal representation, schematic representation, pictorial representation, direct translation and semantic construction analysis were the five types of problem representations used by children. No significant differences were found in the number of representations between successful and unsuccessful problem solvers, but successful problem solvers showed significantly better performance than unsuccessful problem solvers in the use of schematic representation, direct translation, and semantic construction analysis representation.

**Key words:** problem representation, mathematics problem solving, representation types

(上接第 1367 页)

- 5 Cutting A L & Dunn J. Theory of mind, emotion understanding, language, and family background: individual differences and interrelations. *Child Development*, 1999, 70(4): 853 - 865
- 6 Markham R & Wang L. Recognition of emotion by Chinese and Australian children. *Journal of Cross - cultural Psychology*, 1996, 27(5): 616 - 643
- 7 Phillips A T, Wellman H M, Spelke E S. Infants' ability to connect gaze and emotional expression to intentional action. *Cognition*, 2002, 85: 53 - 78
- 8 Readinger W. Theory of mind: the eyes have it. *Trends in Cognitive Sciences*, 2002, 6(10): 413

## Could the Eyes Alone Be Emotional Cues to Children?

Mo Shuliang, Su Yanjie

(Department of Psychology, Peking University, Beijing, 100871)

**Abstract** Previous studies indicated that adults' eyes alone could convey as much information as their faces could. This study aimed to test whether young children could recognize four basic emotion states through the eyes alone. A revised Baron-Cohen (1997)'s paradigm was used to examine 159 participants from 4 to 7 years old. There were significant differences between the face and the eyes alone, the eyes alone and the mouth alone. It indicated that for very younger children the eyes could convey as much information of basic emotion as the whole face could, and the eyes alone could be emotional cues to young children.

**Key words:** emotion recognition, eye cue, theory of mind