

信息表征形式对解决贝叶斯推理问题的影响*

傅小兰 赵晓东

(脑与认知科学国家重点实验室, 中国科学院心理研究所, 北京 100101)

摘要 通过三个实验分别考察问题形式(一步问题, 两步问题)、信息结构(分割结构, 未分割结构)和辅助图形表征(条形图、饼图、结构图)对解决贝叶斯推理问题的影响。研究表明:(1)一步问题形式有时优于两步问题形式;(2)频率格式提问有时优于几率格式提问;(3)分割的信息结构明显优于未分割的信息结构;(4)与条形图和饼图形式的图形辅助表征相比,结构图形式的图形辅助表征显著提高了被试解决贝叶斯推理问题的成绩。

关键词 贝叶斯推理, 信息表征, 问题形式, 信息结构, 辅助图形。

分类号 B842.5

1 引言

贝叶斯推理(Bayesian Reasoning)是逻辑和认知研究的一个重要方面,是数学家、逻辑学家和心理学家共同关心的问题。本研究仅考察贝叶斯推理的最一般形式,即只有两个互斥的事件H和-H,要求被试估计后验概率 $P(H|E)$ 。此时,设E为任一事件, $P(E) > 0$;H和-H满足:H和-H互斥,且 $P(H) > 0, P(-H) > 0; H + (-H) = 1$,则:

$$P(H|E) = \frac{P(H)P(E|H)}{P(H)P(E|H) + P(-H)P(E|-H)}$$

研究发现,人们在解决贝叶斯推理问题时经常会犯错误。例如,大多数推理者,包括那些名牌医学院的学生,在著名的疾病诊断问题上都表现得很差,正确率低于10%^[1-5]。以往关于这个现象的解释^[6-8],基本上都是基于这样一个假设:朴素的推理者根本就不具有处理条件概率推理问题的能力。目前则有新的观点,一种观点认为,推理者未能正确解决问题的原因在于所提供的概率信息与人们头脑中需要的信息格式不匹配,以频率格式代替概率格式进行信息表征能够提高人们解决贝叶斯推理问题的成绩^[1,3,9-11];另一个观点则认为,问题形式和信息结构对人们解决贝叶斯推理问题的成绩有

很大的影响,两步问题形式和分割的信息结构能够提高人们解决贝叶斯推理问题的成绩^[12]。

Gigerenzer和Hoffrage认为,以往关于人的思维方式是否遵循贝叶斯推理规则的两种相互矛盾的观点,实际上都是基于一种不完全的分析,即只是关注推理的认知过程本身,而没有考察认知运算法则(cognitive algorithms)和信息格式(information formats)之间的匹配关系^[3]。这里,认知运算法则指的是人脑在认知过程中使用的操作规则,而信息格式指的是描述认知问题时所采用的数学或文字格式。Gigerenzer和Hoffrage指出,数学等价的表述方式,在心理上可能并不等价,即人们的理解可能存在差异^[3,9]。用频率格式代替概率格式进行贝叶斯推理的优越性表现在:可简化计算,可减轻注意负担,可忽视基础率,并可计算后验分布。而且绝对频率比概率携带更多的信息。Gigerenzer和Hoffrage的实验结果表明,在概率格式的贝叶斯推理中只有8%的被试得到了接近正确结果的答案,而在频率格式的贝叶斯推理中却有46%的被试得到正确的答案^[3]。

Giratto和Gonzalez则认为,问题形式和信息结构是影响贝叶斯推理成绩的主要因素^[12]。其基本观点是,解决贝叶斯推理问题首先需要规范化的反应(normalized response),即需要一个可表达

收稿日期:2005-2-5

* 本研究得到中国科技部9732002CB312103项目、国家自然科学基金60433030重点项目和面上项目30270466、中国科学院心理研究所创新0302037重点项目的资助。

作者简介:傅小兰,女,中国科学院心理研究所研究员,博士生导师。Email: fuxl@psych.ac.cn.

成计算“阳性反应且感染疾病的人的期望频率(H&E)”和“阳性反应的人的期望频率(E)”之间比率的反应；两步问题形式具有以下两个特征：明显地要求推理者完成这个规范化的反应，并且提供了容易计算的分割数据。而标准频率版本恰好具备了这两个特征，标准概率版本却不具备，因此使用后者表现很差。Giroto和Gonzalez进一步指出，标准概率版本的问题不具有分割的结构是因为它们在表述所有的概率时都采用了百分数的形式。然而在表述概率时并没有理由一定要用百分数，实际上，概率也可采用自然数的形式表示。例如在日常生活中，我们会说“一枚硬币有50%的概率在着地时正面向上”，也可以说“一枚硬币有二分之一的几率在着地时正面向上”，这两种表达方式在数学上是等价的。Giroto和Gonzalez的实验结果表明，被试完成两步问题（不论问题提问信息格式是几率还是频率）的贝叶斯推理的成绩均优于完成一步问题，解决具有分割的信息结构的问题的成绩优于解决不具有分割信息结构的问题^[12]。

综上所述，基于Gigerenzer和Hoffrage^[3]、Giroto和Gonzalez^[12]的新观点，研究贝叶斯推理问题解决过程与机制，应关注信息表征形式的作用，并考察认知运算法则(cognitive algorithms)和信息格式(information formats)之间的匹配关系。Gigerenzer的研究表明^[13]，当数字信息格式是绝对频率（事件或者个体落在某一分类的确切数字），而不是相对频率或者概率时，人们常常会遵循逻辑原理和统计规则进行推理。但是，在前人研究中，无论是采用频率格式对问题进行信息表征^[9]，还是使用规范化的问题阐述^[12]，仍然只有50%左右的被试能够正确解决贝叶斯推理问题。本文提出的问题是，上述国外已有的研究发现是否也适用于中国被试？是否还存在其他优化的表征形式，可以更有效地提高人们解决贝叶斯推理问题的成绩吗？

Cosmides和Tooby在研究中，不仅强调与问题相关的各种分类中个体频率的重要性，还要求被试建构一个图形表征，用不同彩色矩形标出有病或者没病的个体，结果发现：92%的被试使用了基本比率信息并且给出了正确答案^[14]。该结果说明，在实验者要求下被试所建构的图形表征有助于他们解决贝叶斯推理问题。那么，随问题文字表述直接呈现给被试的辅助图形表征是否也有助于解决贝叶斯推理问题呢？不同的辅助图形表征的作用是否相同呢？

本研究试图进一步系统地研究不同信息表征形式对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响，设计完成了3个实验，首先考察问题形式（一步问题、两步问题）的作用，然后考察信息结构（分割结构、未分割结构）的作用，最后基于前两个实验的结果考察3种辅助图形表征（条形图、饼图、结构图）的作用。

2 实验一：问题形式的影响

本实验采用与Giroto和Gonzalez^[12]相同的材料和条件，考察问题形式对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响。

2.1 方法

2.1.1 被试

北京师范大学心理学系本科生160人，分为4组，每组40名。

2.1.2 实验材料

实验材料为Giroto和Gonzalez^[12]使用的2道贝叶斯推理问题（见附录一），其中1道为医学诊断问题，另1道为入学问题。在1组被试中，20名被试的几率题干为医学诊断问题而频率题干为入学问题，另20名被试的几率题干为入学问题而频率题干为医学诊断问题。实验采用纸笔形式，指导语和2道题目分别印制在3张纸上，装订在一起。题目顺序被平衡。

2.1.3 实验设计

实验采用 $2 \times 2 \times 2$ 三因素混和设计。问题形式（一步问题，两步问题）和问题提问信息格式（几率，频率）是组间变量，问题题干信息格式（几率，频率）是组内变量。测量指标是正确解决贝叶斯推理问题的被试人数百分数。

2.2 结果与分析

有5名被试未完成实验。其余155人的结果如表1所示。对结果进行 χ^2 检验发现：（1）当题干为几率格式时，两步频率格式提问问题的成绩显著高于两步几率格式问题， $\chi^2(1, N=78)=13.35, p<0.005$ 。（2）当题干为频率格式时，两步频率格式提问问题的成绩显著高于两步几率格式问题， $\chi^2(1, N=78)=17.17, p<0.005$ ；一步几率形式问题的成绩显著高于两步几率形式问题， $\chi^2(1, N=79)=9.02, p<0.005$ 。（3）不考虑题干的两种信息格式，分析2道题全部做对的被试百分数，则一步几率格式问题的成绩显著高于两步几率格式问题， $\chi^2(1,$

$N=79$) =7.04, $p<0.01$; 两步频率格式问题的成绩显著高于两步几率格式问题, $\chi^2(1, N=78) =15.86$, $p<0.005$ 。其他差异均不显著。

表 1 实验一正确解决贝叶斯推理问题的被试百分数

问题形式	提问信息格式	题干的信息格式		全部做对
		几率	频率	
两步问题	几率	36	18	15
	频率	77	64	59
一步问题	几率	49	51	44
	频率	56	62	51

实验一结果表明, (1) 问题形式对中国被试解决贝叶斯推理问题有影响, 具体表现为: 无论题干的信息格式是几率还是频率, 当提问信息格式为几率时, 一步问题的成绩显著高于两步问题的成绩, 这与 Giroto 和 Gonzalez^[12] 发现的信息格式的作用方向正好相反; 而当提问信息格式为频率时, 一步问题与两步问题之间的差异不显著, 这与 Giroto 和 Gonzalez^[12] 的研究结果也不一致。(2) 问题提问信息格式对中国被试解决贝叶斯推理问题有影响, 具体表现为: 与几率格式相比, 频率格式可以显著改善两步问题的贝叶斯推理成绩。这与 Giroto 和 Gonzalez^[12] 的发现也不一致。实验一的结果说明问题形式和问题提问格式对中外被试解决贝叶斯推理问题的作用机制可能有所不同。

3 实验二: 信息结构的影响

本实验采用与 Giroto 和 Gonzalez^[12] 相同的材料和条件, 考察信息结构对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响。

3.1 方法

3.1.1 被试

清华大学本科生 80 人, 分为 2 组, 每组 40 名。

3.1.2 实验材料

实验材料为 Giroto 和 Gonzalez^[12] 使用的 2 道贝叶斯推理问题 (见附录二)。问题提问形式均采用频率格式。实验采用纸笔形式, 指导语和 2 道题目分别印制在 3 张纸上, 装订在一起。题目顺序被平衡。

3.1.3 实验设计

实验采用 2×2 两因素混和设计。信息结构 (分割的, 未分割的) 是组间变量, 题干的信息格式 (几率, 频率) 是组内变量。测量指标是正确解决

贝叶斯推理问题的被试人数百分数。

3.2 结果与分析

有 12 名被试未完成实验。其余 68 人的结果如表 2 所示。对结果进行 χ^2 检验发现: (1) 当题干为几率格式时, 分割的信息结构问题的成绩显著高于未分割的信息结构问题, $\chi^2(1, N=68) =8.55$, $p<0.005$; (2) 当题干为频率格式时, 分割的信息结构问题的成绩显著高于未分割的信息结构问题, $\chi^2(1, N=68) =6.00$, $p<0.025$; (3) 不考虑题干的两种信息格式, 分析 2 道题全部做对的被试百分数, 分割的信息结构问题的成绩显著高于未分割的信息结构问题, $\chi^2(1, N=68) =5.03$, $p<0.025$ 。其他差异均不显著。

表 2 实验二正确解决贝叶斯推理问题的被试百分数

信息结构	题干的信息格式		全部做对
	几率	频率	
分割的	58	52	45
未分割的	23	23	20

实验二的结果表明, 信息结构对于中国被试解决贝叶斯推理问题有明显的影 响, 无论题干是几率格式还是频率格式, 具有分割的信息结构的问题明显优于具有未分割的信息结构的问题。该结果与 Giroto 和 Gonzalez^[12] 的研究发现类似, 说明了信息结构对中外被试解决贝叶斯推理问题的影响作用可能基本相同。

4 实验三: 辅助图形表征的影响

基于实验一和实验二的结果, 实验三采用具有分割的信息结构、一步问题形式、问题提问为频率格式的贝叶斯推理问题作为文字材料, 进一步考察随文字表述直接呈现给被试的辅助图形表征对解决贝叶斯推理问题的影响。预备实验的结果表明, 人们在解决贝叶斯推理问题时大多使用条形图、饼图和结构图这三种图形辅助。

4.1 方法

4.1.1 被试

清华大学本科生 120 名, 分为三组, 每组 40 名。

4.1.2 实验材料

实验文字材料采用具有分割的信息结构、一步问题形式、问题提问为频率格式的贝叶斯推理问题, 实验图形材料采用条形图、饼图和结构图 (见附录三)。实验采用纸笔形式, 指导语和 2 道题目分别印

制在3张纸上,装订在一起。题目顺序被平衡。

4.1.3 实验设计

实验采用3×2两因素混和设计。辅助图形表征形式(条形图辅助表征,饼图辅助表征,结构图辅助表征)为组间变量,题干的信息格式(几率,频率)为组内变量。测量指标是正确解决贝叶斯推理问题的被试人数百分数。

4.2 结果与分析

被试人数百分数如表3所示。对结果进行 χ^2 检验发现:(1)当题干为几率格式时,结构图与条形图、饼图的差异均显著, $\chi^2(1,N=75)=6.66, p<0.01$; $\chi^2(1,N=70)=6.63, p<0.025$ 。(2)当题干为频率格式时,结构图与条形图、饼图的差异均显著, $\chi^2(1,N=75)=3.84, p=0.05$; $\chi^2(1,N=70)=7.83, p<0.01$ 。(3)不考虑题干的两种信息格式,分析两道题全部做对的被试百分数,结构图与条形图、饼图的差异均显著, $\chi^2(1,N=75)=8.57, p<0.005$; $\chi^2(1,N=70)=4.04, p<0.05$ 。其他差异均不显著。

表3 实验三正确解决贝叶斯推理问题的被试百分数

辅助图形	题干的信息格式		全部做对
	几率	频率	
条形图	55	63	55
饼图	54	51	43
结构图	83	83	77

实验三结果表明,当解决具有分割的信息结构、一步问题形式、问题提问为频率格式的贝叶斯推理问题时,若有结构图辅助表征,正确解决贝叶斯推理问题的被试百分数有了明显的提高,从不到50%提高到77%以上;但是,有条形图或者饼图辅助表征时,被试的成绩并没有得到很明显的改善。

5 综合讨论

本研究较为系统地考察了不同信息表征形式对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响,测量指标主要是正确解决问题的被试人数百分数。

实验一主要考察了问题形式对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响。结果表明,问题形式对中国被试解决贝叶斯推理问题有影响,但作用方向和效果均不同于Giroto和Gonzalez^[12]的研究结果。Giroto和Gonzalez^[12]发现,被试解决两步问题(不论问题提问是几率格式还是频率格式)的成绩

均优于解决一步问题。而本研究的结果却是:当问题提问是几率格式时,一步问题的成绩显著高于两步问题的成绩;当问题提问是频率格式时,一步问题与两步问题之间的差异并不显著。换句话说,对于中国被试而言,两步问题形式并不能改进中国大学生被试解决贝叶斯推理问题的成绩,甚至在某些情况下还会干扰被试做出正确的回答,一步几率形式问题的成绩反而显著高于两步几率形式问题的成绩。究其原因,我们认为,这可能在一定程度上反映了东西方人的不同思维风格和特点。

Nisbett等发现,西方人倾向于分析性思维,东亚人更倾向于整体性思维^[15]。因此,对西方人而言,两步问题形式明确要求他们先计算“在总数为100次的机会中,珍妮通过口语测试的机会是多少次”,再计算“其中她被录取的机会是多少次”,这种分析性的思维操作有助于他们顺利解决贝叶斯推理问题。而对于中国被试,同样的分析性思维操作可能并未能发挥作用。换句话说,中国被试面对贝叶斯推理问题时可能更倾向于整体性解决,即“一步到位”,直接给出答案。因此,他们解决两步问题与解决一步问题的成绩之间没有出现显著差别,甚至解决一步问题的表现可能还会更好一些。基于东西方文化差异做出的上述解释还有待进一步研究验证。

实验一的结果还表明,问题提问信息格式对中国被试解决贝叶斯推理问题也有影响,与几率格式相比,频率格式可以显著改善两步问题的贝叶斯推理成绩。这也与Giroto和Gonzalez的研究结果^[12]不一致。他们的研究表明,问题提问的信息格式不影响被试解决贝叶斯推理问题的成绩。这可能也反映了上述东西方人的不同思维风格和特点。对于擅长分析性思维的西方人而言,问题提问是几率格式或是频率格式,其差异并不大,作用也不明显。而对于擅长整体性思维、完成两步问题并未能表现出任何优势的西方人而言,问题提问究竟是几率格式还是频率格式,在解决两步问题时的差异就表现出来了。

实验二主要研究信息结构对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响。结果表明,信息结构对于中国被试解决贝叶斯推理问题有明显的影 响,具有分割的信息结构的问题明显优于具有未分割的信息结构的问题。这与Giroto和Gonzalez的研究结果^[12]是一致的,表明分割的信息结构的确有利于人们解决

贝叶斯推理问题。

综合实验一和实验二的结果,我们认为,具有分割结构的一步频率格式问题,可能是比较有利于中国被试解决贝叶斯推理问题的信息表征形式。但是,即使采用这种“好”的信息表征形式,被试解决问题的成绩也并不理想,只有大约50%的被试得到问题的正确答案。

实验三进一步研究了随文字表述直接呈现给被试的图形辅助表征对中国被试解决贝叶斯推理问题的影响。结果表明,与使用条形图或者饼图辅助相比,使用结构图进行辅助表征时,有更多的被试给出了问题的正确答案。这说明结构图确实有助于人们思考和解决贝叶斯推理问题。

如前所述,Cosmides和Tooby的研究已经表明,在实验者要求下被试所建构的图形表征有助于他们解决贝叶斯推理问题^[14]。本研究的结果则进一步表明,随文字表述直接呈现给被试的辅助性的结构图表征也有助于被试解决贝叶斯推理问题。分析其原因,可能是结构图揭示了贝叶斯推理问题中各数据间的相对关系,即相当于已经预先替被试完成了对数据的分类处理;也可能是结构图的表现形式与人们的贝叶斯推理的认知运算法则相一致,因此计算过程被易化,提高了解决问题的成绩。

在本研究实验三的预备实验中,请42名大学生在阅读了1道贝叶斯推理问题之后各自画出能帮助思考的合适图形,结果有11人次被试画出饼图作为辅助图形,有7人次画出条形图作为辅助图形,而画出结构图的被试最多,有14人次。这可能是由于结构图比较清晰直观,并能将数据间的关系用分类的方法很清楚地描述出来,其作用与分割的信息结构的作用可能十分类似,因而比较符合人们的思维习惯,有利于思考和解决贝叶斯推理问题。而条形图和饼图在视觉上就没有结构图那么清晰直观,因而被试在观察图形时不能获得足够的支持和帮助;也可能是条形图和饼图不具有分类特性,因此对人们解决贝叶斯推理问题帮助不大;还可能是条形图和饼图与人们的思维方式不符合,因而无助于被试解决贝叶斯推理问题。上述几种可能性,均有待进一步研究验证。

6 结论

基于本研究的实验结果,关于信息表征形式对解决贝叶斯推理问题的影响,可得出以下四点结

论:(1)解决贝叶斯推理问题时,两步问题形式并不能改进中国大学生被试解决贝叶斯推理问题的成绩,甚至在某些情况下还会干扰被试做出正确的回答,一步几率形式问题的成绩反而显著高于两步几率形式问题的成绩;(2)频率格式提问有时优于几率格式提问,频率格式提问显著改善了两步问题的贝叶斯推理成绩;(3)分割的信息结构明显提高了被试解决贝叶斯推理问题的成绩;(4)与条形图和饼图形式的图形辅助表征相比,结构图形式的图形辅助表征显著提高了被试解决贝叶斯推理问题的成绩。

参考文献

- 1 Cosmides L, Tooby J. Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 1996, 58: 1-73
- 2 Eddy D M. Probabilistic reasoning in clinical medicine in judgment under uncertainty: Heuristics and biases. In: D Kahneman, P Slovic, A Tversky, ed. *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge, England: Cambridge University Press, 1982. 249-268
- 3 Gigerenzer G, Hoffrage U. How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 1995, 102: 684-704
- 4 Hammerton M. A case of radical probability estimation. *Journal of Experimental Psychology*, 1973, 101: 252-254
- 5 Schwartz W B, Gorry G A, Kassirer J P, et al. Decision analysis and clinical judgement. *American Journal of Medicine*, 1973, 55: 459-472
- 6 Kahneman D, Tversky A. Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 1972, 3: 430-454
- 7 Kahneman D, Slovic P, Tversky A. *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1982
- 8 Koehler J J. The base rate fallacy reconsidered: Descriptive, normative, and methodological challenges. *Behavioral and Brain Sciences*, 1996, 19: 1-53
- 9 Gigerenzer G, Hoffrage U. Overcoming difficulties in Bayesian reasoning: A reply to Lewis and Keren and Mellers and McGraw. *Psychological Review*, 1999, 106: 425-430
- 10 赵晓东,傅小兰. 贝叶斯推理的改进方法——以频率格式代替概率格式进行信息表征. *心理科学*, 2002, 25 (1): 96-97
- 11 Gigerenzer G, 包燕. 生态学智力: 人的推理算法对频率的适应.

- 心理学动态, 2001, 9 (4) : 325-329
- 12 Giarroto V, Gonzalez M. Solving probabilistic and statistical problems: A matter of information structure and question form. *Cognition*, 2001, 78: 247-276
- 13 Gigerenzer G. On narrow norms and vague heuristics: A reply to Kahneman and Tversky (1996). *Psychological Review*, 1996, 103: 592-596
- 14 Cosmides L, Tooby J. Are human good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 1996, 58: 1-73
- 15 Nisbett R E, Peng K, Choi I, et al. Culture and system of thought: Holistic versus analytic cognition. *Psychological Review*, 2001, 108 (2) : 291-310

EFFECTS OF INFORMATION REPRESENTATION ON BAYESIAN REASONING

Fu Xiaolan, Zhao Xiaodong

(State Key Laboratory of Brain and Cognitive Science, Institute of Psychology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101)

Abstract

Three experiments were conducted to explore the effects of question form, information structure, and assistant figure on the Bayesian inference. The results showed: (a) One-step form might be better than two-step form, (b) frequency format was better than chance format, (c) information structure with subset relations were better than without subset relations, and (d) structured diagram was much helpful. A question based on subset relations with frequency format, one-step form, and structured diagram could be solved by above 77% Chinese undergraduates. Key words Bayesian reasoning, information representation, question form, information structure, assistant figure.

附录

附录一 实验1 实验材料

医学诊断问题

两步几率问题 (题干为几率): 参加检查的某人有 4/100 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 12 人的检查结果也呈阳性。设想小明现在接受了检查。那么在总数为 100 次的机会中, 小明的检查结果呈阳性的机会是 _____ 次, 而他感染疾病的机会是 _____ 次。

两步几率问题 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 12 人检查结果也呈阳性。设想小明现在接受了检查。那么在总数为 100 次的机会中, 小明的检查结果呈阳性的机会是 _____ 次, 而他感染疾病的机会是 _____ 次。

两步频率问题 (题干为几率): 参加检查的某人有 4/100 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 12 人的检查结果也呈阳性。设想有一组人接受了检查, 可以预期, 在 100 人的群体中, 将有 _____ 人的检查结果呈阳性, 其中有 _____ 人感染了疾病。

两步频率问题 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 12 人检查结果也呈阳性。设想有一组人接受了检查, 可以预期, 在 100 人的群体中, 将有 _____ 人的检查结果呈阳性, 其中有 _____ 人感染了疾病。

一步几率问题 (题干为几率): 参加检查的某人有 4/100 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 12 人的检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 _____ / _____。

一步几率问题 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 12 人检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 _____ / _____。

一步频率问题 (题干为几率): 参加检查的某人有 4/100 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 12 人的检查结果也呈阳性。在 100 个接受检查并且结果呈阳性的人中, 感染疾病的人所占的比例等于 _____ / _____。

一步频率问题 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 12 人检查结果也呈阳性。在 100 个接受检查并且结果呈阳性的人中, 感染疾病的人所占的比例等于 _____ / _____。

入学问题

两步几率问题 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 5/100 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 3 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 7 人也通过了口语测试。在总数为 100 次的机会中, 珍妮通过口语测试的机会是 _____ 次, 其中被录取的机会是 _____ 次。

两步几率问题 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 3 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 7 人通过了口语测试。在总数为 100 次的机会中, 珍妮通过口语测试的机会是 _____ 次, 其中被录取的机会是 _____ 次。

两步频率问题 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 3 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 7 人也通过了口语测试。可以预期, 在 100 个申请者中, 将有 人通过口语考试, 其中有 人被录取。

两步频率问题 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 3 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 7 人通过了口语测试。可以预期, 在 100 个申请者中, 将有 人通过口语考试, 其中有 人被录取。

一步几率问题 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 3 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 7 人也通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

一步几率问题 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 3 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 7 人通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

一步频率问题 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 3 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 7 人也通过了口语测试。在 100 个通过口语考试的申请者中, 被录取的学生所占比例等于 / 。

一步频率问题 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 3 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 7 人通过了口语测试。在 100 个通过口语考试的申请者中, 被录取的学生所占比例等于 / 。

附录二 实验 2 实验材料

医学诊断问题

分割的版本 (题干为几率): 参加检查的某人有 $4/100$ 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 24 人的检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

分割的版本 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 24 人检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

未分割的版本 (题干为几率): 参加检查的某人有 $4/100$ 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 100 人中有 75 人的检查结果呈阳性; 没有感染疾病机会的 100 人中, 有 25 人的检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

未分割的版本 (题干为频率): 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 100 人中有 75 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 100 人中有 25 人检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

入学问题

分割的版本 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 4 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 19 人也通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

分割的版本 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 4 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 19 人通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

未分割的版本 (题干为几率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 100 人中有 80 人通过口语测试; 没有录取机会的 100 人中有 20 人也通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

未分割的版本 (题干为频率): 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 100 个被录取的考生中, 有 80 人通过了口语测试; 100 个不被录取的考生中, 也有 20 人通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

附录三 实验 3 实验材料

医学诊断问题

题干为几率: 参加检查的某人有 $4/100$ 的机会感染疾病; 有感染疾病机会的 4 人中有 3 人的检查结果呈阳性; 在剩下的没有感染疾病机会的 96 人中, 有 12 人的检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

题干为频率: 参加检查的 100 人中有 4 人感染疾病; 感染疾病的 4 人中有 3 人检查结果呈阳性; 没有感染疾病的 96 人中有 12 人检查结果也呈阳性。如果小明的检查结果呈阳性, 那么他感染疾病的机会是 / 。

入学问题

题干为几率: 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 一个申请者有 $5/100$ 的机会被录取; 有录取机会的 5 人中有 3 人通过口语测试; 在剩下的没有录取机会的 95 人中有 7 人也通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

题干为频率: 申请就读名牌大学的学生, 需要参加一个入学考试。入学考试包括口语测试和笔试。以下是去年入学考试的信息: 100 个申请者中, 有 5 人会被录取; 5 个被录取的考生中, 有 3 人通过了口语测试; 95 个不被录取的考生中, 也有 7 人通过了口语测试。如果珍妮通过口语考试, 那么她被录取的机会是 / 。

上述材料分别配以下面的辅助图形: 条形图、饼图和结构图。

