

关于数概念的发生研究

龚文合

中国科学院心理所

儿童是怎样获得数概念的？人类对数字的理解和运用是怎样随着社会和经济的发展而进化的？动物是否有对数概念的理解能力？如果有，又是处在什么样的水平上？

所有这些疑问，都归结于一点：数概念是怎样发生的？

对这个问题的回答必须沿着三条道路去探索：

①从个体发展的角度，研究婴儿对数概念的掌握

②从人类种族进化的角度，研究原始部落和一些落后民族的数概念发展水平

③从种系发展的角度，研究动物对数概念的理解掌握水平。

一、关于对婴儿及幼儿数概念的研究

对婴儿的研究受到种种天然因素的限制。我们知道，婴儿出生六个月后，他的视觉才与成人大致相同，因此视觉习惯化技术就被应用于六个月左右婴儿的数概念研究。

Starley和Cooper (1980)的工作表明，4—6个月的婴儿在对二(三)个一排的黑点习惯后对三(二)个一排的黑点产生去习惯化的反应。6—8个月的婴儿则在对三(四)个黑点的刺激列习惯化后对四(三)个黑点的刺激列去习惯化。由于黑点的形状、大小、排列方式等因素得到控制，这种辨别很可能是建立在对数目辨别基础上的。为了进一步证实，Starley、Gelman和Spellee (1980)用了画有不同的日常用品的图片做刺激，发现对画有两个物体的图片视觉习惯化的婴儿，后来对画有另外三个物体的图片的注视时间要比画有另外两个物体的图片的注视时间长，反之亦然。这表明婴儿确实是根据数目而不是根据刺激的其它特性作分辨的。但我们还无法说他是根据“多少”(numerosity)关系进行的分辨，还是准确地认识了数量“二”和“三”。

在更进一步的实验中，Gelman等人用了Sparik (1976)发明的跨通道方法研究婴儿更加复杂的计数能力。他们发现婴儿能把鼓点敲击的次数同视觉图片中黑点的数目相匹配。因此这就证明：“婴儿不仅能理解视觉呈现刺激的数目，而且可以把视觉信号通过数目与听觉刺激匹配起来。要作这一点，他不仅要能抽象出“数”这个概念，并且，他还必须能够数数”。(Gelman, 1982, P. 201)

对于以上结果，Gelman自己也表示惊讶，她认为这从一个方面预示着计数能力是天生的。我们都知道，Gelman对儿童的数概念有独特的理解和看法。她认为数概念的基础是数数，而不是皮亚杰所说的分类和排列，她并且认为数概念是人类进化而天生获得

的一种能力。

皮亚杰认为幼儿没有数概念，因为幼儿不能理解数字间的大小顺序关系，而且计数范围又不超过知觉广度五，幼儿的念数只不过是一种机械的重复而已。

而Gelman用一系列研究证实，虽然幼儿所能准确计数的范围不超过五，但是确能用一一对应的方法比较两个比五大得多的数字，而且他们倾向于用大的数字去命名数量多的一排或一堆物体，并且能够掌握怎样数数的五个原则，这就说明幼儿是有初步的数概念和计数能力的Gelman还发现，即使不教幼儿数数，而且他们也没有正式学过如何数，他还是要数数的。（Gelman 1980）

但是，Gelman认为，这种由于进化而获得的潜能必须通过反复练习才能变成一种技能。比如：虽然幼儿能掌握一一对应的计数原则，但Gelman（1980）发现他们在数数时指点和口数两个活动不协调。这样他们就会发生一些重数或漏数的错误。而且，他们对在计数时，同时停止指点和口数这两个动作也有困难。对于大于5的数量，儿童计数的准确率下降，但让他监督一个由主试暗中操纵的“木偶”去计数，幼儿则能指出木偶违反数数原则时的错误。这说明幼儿关于计数的知识能力和他计数中的技能之间还存在差距。因此，Gelman并不认为教学是不重要的，他认为教学对计数的意义就在于把知识转化成技能。

二、关于儿童数概念发展的跨文化研究

许多证据表明，计数是一种普遍能力。许多落后的民族和文化都有一个计数系统。

Zaslavsky（1973）的研究表明非洲的一些土著确实是会数数的，而且已经数了几个世纪了。他的工作还表明不能把依靠数同去计数作为数数的标准和证据。许多非洲社会是用手指的构形和手势去表示项目的多少。同样，数字系列也不必来自一个十进位的数字系统。有一种Bushman语，在这种语言中没有3、4，而是用1，2，2—1，2—2，来代表1，2，3，4，他们运用的是一个“1，2无穷大”的数字系统。

也许数数并不需要一个方便的数字系列的最好的证据来源于Saxe（1979）在新西兰对Papua族的研究。他报道说那里的居民用他们手指的名字和手臂上一系列部位的名称，以及他们脸上五官作为计数的符号。如图1：

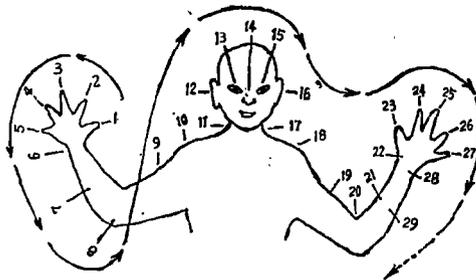


图1 新西兰帕帕族用身体部位去计数的图示 摘自Saxe（1979）

Posner等人的工作则进一步证明了Zaslavsky的结论。他们发现在两个非洲社会Dioula和Baoule中没能上学的儿童具有美国文化制度下的学前儿童相等水平的数学能力。(Posner1978)。例如：他们懂得算术作业并且能用计数的办法去解决一些算术问题(1978)，无论上过学与否，这两个社会中的儿童都能解决这些算术问题，而且，Dioula社会的儿童甚至在上学以前就达到了解决这类问题成绩的极限。Posner(1978)把他们的数学方法叫作Dioula文化中的非正式数学。Zaslavsky(1973)总结说Dioula很久以来就从事商业经营，因此有了一个高度发展的数字系统，在他们的那个文化环境下，关于数的概念也是天生的，而Baoule社会则很少从事数学方面的工作和思考。

Ginsburgs对美国儿童的研究，证实了他认为存在一种不受教学推进的“自然”发展的数学能力，在检测儿童关于“多”的理解的实验中，他发现美国中产阶级的儿童发生了与非洲儿童相同的错误。而这些相同的错误就说明他们基于一个相同的能力或知识。

这就意味着，象语言一样，数概念能力也似乎是一种“自然成熟”的东西，你不对他作正确的教学指导，它就以自己非正式的方式表达出来。

但这些都并不意味着教学和环境是没有用的，在Saxe(1980)对新西兰Okapi民族的研究中，发现那些与货币接触较多的人发展了有效地运用阿拉伯数字的能力，而且他们还向本族人介绍这种数字系列。这表明，环境和教学不但能够促进那种自然的普遍的数学能力发展，而且能够让他们接受并运用一种新的数字操作方法。

在这里有必要提到一点就是跨文化研究大多是人类学家去作的，他们用的方法大多是非实验室的，因此我们在可用他们的文献时尽量作到小心谨慎。

三、关于对灵长类数概念的研究

以上我们介绍的研究表明数概念在几乎所有的人类文化中都是一种普遍能力，而且这种能力是自然成熟的，或是天生的。——那么，人类这种天生的能力是怎样获得的？是上帝创造的恩赐？是基因突变？还是积淀在基因中的一种获得性遗传？要弄清这种能力的来源，我们就必须从种系进化的角度考查一下。

无疑，数概念对于动物是有生存意义的。（一个母猴要不要知道她有几个小猴？一个狒狒要不要知道三棵玉米棒比两棵多？）根据目前的研究看来，一些灵长类动物是有对数概念的初步理解的。

在对动物进行的研究中，遇到了比婴儿还要困难的技术问题，我们无法叫猴子去数数。幸好，前面关于跨文化儿童数概念的研究已经表明，数字语言对于计数并不是必不可少的。我们可以把数概念定义为“在其它线索得到控制的情况下，以刺激数目为基础作反应的能力。”(Hicles 1956)在这种操作性定义下，比较心理学家们作了大量的关于非人灵长类有关“多少”(numerousness)概念，“数目”(number)概念，“序数”(order)概念等方面的研究。

1956年，Hicles报道了他用成年恒河猴做的一个数目辨认实验。在实验中，他向动物呈现画有1—5个图形的卡片，并强化动物对画有三个图形的卡片所作阳性反应。阳性和阴性卡片在形状、背景颜色、图形所占面积方面得到了控制，结果动物能持续对具有三个图形的卡片作反应。Hicles认为动物在一个相当熟练的水平上学会了“三”这个数目。

在Hrcles之前还有人做了一些类似实验,但因为刺激的疏密程度和面积没有得到控制而受到批评(Douglas and Whitty 1941 Kuln, E 1953)

Thomas (1980) 等人用成年松鼠猴对多少(umerousness)作了一个控制得比较好的研究。他先训练猴子在画有两个黑点的卡片和7个黑点的卡片中选择前者,即黑点数目较少的那个,然后再依次训练被试对2:6, 2:5, 2:3; 3:7, 3:6, 3:4, 4:7, 4:6, 4:5; 5:7, 5:6; 6:7, 7:8, 8:9中黑点数目少的卡片作反应,最后两只猴子达到了分辨7:8的标准,其中有一只甚至达到了分辨8:9的标准。

虽然Thomas对数目以外的其它因素作了小心谨慎的控制,还是有人指责说他用的强化物葡萄干的淡雅而又诱人的香味,可能成为动物反应的一个线索。Thomas则反驳说如果猴子一直是以乏味作线索去反应的话,为什么他只能达到8:9的标准,而不能连续提高成绩呢?(P257)

无论如何,Thomas的结果算是目前比较好的。这里,我们必须讨论一下“多少”概念的意义。在这个实验中,被试总是被强化对黑点数目少的卡片作反应。那么他就可以根据两种策略:(1)根据多少的相对关系去做辨别;(2)根据数目本身去作辨别。因此,我们很难说动物到底是学会了“什么是8”、“什么是9”,(1980)还是“什么是多”“什么是少”。而Hicks的实验则没有这个问题。因为被试总是被强化对“三”作反应,而不是“多”“少”,这就是数目概念与多少概念的区别。在这里我们发现动物与幼儿的相似,他们能准确计数的范围都不超过4—5,但他们能比较多少的数目却大得多。

还有一个值得考虑的考虑是,从动物训练时反应潜伏期等情况来看,他好象是凭着“一种我们观察到的‘主观’的属性而不是计数”(stevens 1951 P·22)去作反应的。当然,我们必须宽容地估计到:动物有它自己的计数或比较方法和速度。但动物能辨别“3”,能知道,“8”、“9”不一样,我们还是不能确认动物有关于数数的能力,也就是关于数的系列观念。

因此,Ruby (1984)作了一个有关序数概念的实验。她成功地训练一只成年恒河猴总是对一列亮灯中第三个作反应,从而证实了恒河猴能够掌握数量间的次序关系,“被试学习这种操作是很快的,一开始被试就有一个“第三”,应该排在“第二”和“第四”之间的基本知识”(P.241)

这种关于序数的概念是不是同人类数数相同呢?从目前的研究结果来看,这种序数的观念预示了猴子能够掌握基本的数数原则。

前面已说到,Gelman等认为一个方便数字表对数数并不是必须的。2岁半的儿童在数数时经常用“2:6:8”去数三个物体,但是这种方式却符合了有关固定次序的原则,而且幼儿知道2:6:8,一个比一个大。这样,Gelment宽容地认为幼儿还是掌握了基本的数数原则,只是不能很规则地正式地运用(1980)。因为同样的原因,我们也可以这样宽容动物。

除了猴子外,在进化发展上离人类更近的非人灵长目就属黑猩猩了。黑猩猩对数概念的理解要比猴子“深刻”一些。

Dolley和Gill (1961)用他们的著名的黑猩猩Lana (Lana曾因学习过语言而名噪一时)作多少辨别实验。他们要求被试根据一个非拼音语言提出的“哪个多?”、“哪个

少？”的提问在卡片中选择数目适当的一堆垫盘，结果被试能分辨到3：4。

而Forster (1964)成功地用匹配方法训练他的两只黑猩猩去“书写”1—7的数字。“书写”的意思是说动物通过开启三个排成一列的小灯泡中适当的一个、二个或三个所形成的七种亮灯模式分别与呈现刺激的数目相匹配。这不仅仅是一个匹配过程，在这里灯光开启的模式成为数量的一种抽象信号，也就是一种特殊的计数语言。

在这里似乎要说明一下我们无法很严格地比较上述研究的结果，我们无法说猴子能分辨8：9，猩猩只能分辨3：4，就意味着什么。因为：（1）种内存在个体差异；（2）被试操作的难度和复杂程度不相同；（3）主试订的标准不一样。有的主试一直训练到被试成功，有的订一个训练次数，如果到这个次数学不会，就算动物不能掌握这种概念，每个人的标准不是都一样的，虽然他们都各有自己的理由。

从以上这些材料来看，黑猩猩已经能够比较抽象地理解“数字”概念和“多少”概念，他们能形成一种比较抽象的数概念。

此外，Rohiles和Deville (1967)作了一系列黑猩猩的中数概念 (middleness concept) 研究。他们成功地训练被试对一排刺激中排在中间次序的作反应，刺激间距和形状因素得到了控制。对被试来说，这是一个复杂的工作，难度要超过序数概念的形成，因为被试不能仅仅是对一排刺激中第三个作反应，而要根据整堆数目的多少来决定对第几个作反应。

Woodruff和Premack (1981)用匹配实验训练他们的黑猩猩Sarah掌握了分数概念。他首先向被试呈现盛放了 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{3}{4}$ 或全满的水缸，然后让被试在盛放了 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{3}{4}$ 或全满的菜碟里选择比例适当的一个与水缸相匹配。这个实验无疑是一种令人惊讶的突破。虽然我们不是因为兴奋而走得太远，但至少可以说黑猩猩是能掌握部分和整体间的一些比例关系的。

讨 论

对于婴儿，我们说他天生就拥有一个抽象的有关数目的概念，并且因此而作出去习惯化或偏好的反应，争议是比较少的。因为他们是婴儿，而且去习惯化就意味着辨别而不是什么学习、记忆或其他的东西。虽然目前实验用的是4—8个月的婴儿，从理论上讲，在出生4个月内婴儿是能建立条件反射的，但这么短的时间让婴儿去建立有关数字条件反射的可能是很小的，因为我们知道，四个月婴儿感知觉还没有充分发展，他们在这四个月中要作的事情要发展的能力真是太多了。

但是，对于动物来说，如果我们说他能够在画有8个或9个黑点的卡片中选择黑点数目少的，能够学会用灯光模式分别与1—7个数目的几何图形作匹配，就证明了动物具有了分辨“8、9”或“多少”，就证明了动物能够数清楚“什么是1”、“什么是7”，人们大概是不容易接受的。最普遍的质疑就是，动物所辨别的是数目还是刺激？就是说，被试最后是学会了计数，还是学会了分辨几个卡片，因为从理论上考虑，被试是有可能在反复训练的程序中学会记住在“那两张卡片一起呈现时选择哪一张”，或在哪一张卡片出现时开启哪一种灯光”这样一种模式的。

对于这种质疑，动物心理学通过两个方式去解决：1、扩大刺激的个数，如Thomas

(1980) 的实验, 每个数目画成25张黑点大小、排列各不相同的卡片, 而每张卡片2可以以四个方位呈现, 这样, 每个数目就有100种呈现方式, 两张卡片的组合就可能有 100×100 种, 这种方法就避免了动物学习辨别刺激模式问题; 2、迁移方法, 在动物学会用灯光去与训练时所用的卡片匹配后, 我们重新换一些卡片, 或用一些立体的实物, 让动物能把他们获得的规则(数概念知识)迁移。

这样的话, 他们就可以说, 动物的辨别确实是建立在对数概念的抽象理解上, 而不仅仅是学会了辨别卡片。动物确实是有一个“抽象的数”的基本概念, 并根据这个概念去学习多少、匹配、序数实验的。

对这种情况有三种看法:

①认为动物自始至终在学习一种操作技术, 也许它掌握了一个操作原则, 但仅此而已, 这种原则和人类抽象的数概念是两码事儿。(Stevens 1951)

②认为这种原则就是数概念, 动物通过学习掌握了它。(Ruby 1984; Thomas 1980)

③认为动物本身就具有关于数的准概念, 但他却不知道在实验情境下表达这种关于数的概念, 而整个训练情境就是让动物学会用这种原则——即关于数的操作概念, 去表达他拥有数概念的实力。

非动物心理学家大多持第一种观点, 这恐怕主要是基于人与动物有本质区别这样一个先验观念和对人类计数语言的执着, 而动物心理学家则对动物比较公正些。

不管动物的数概念是普遍的还是学习的, 动物能够掌握数概念的能力告诉我们, 我们人类那种天生的能力是有其演化基础的, 这就使我们的结论和哲学家的结论区分开来。我们知道, 早在1781年, 康德在其《纯粹理性批判》中就提出了空间知觉的先验观, 与此同时, 他认为人类的数概念也是先验的直觉。

“首宜注意者, 所严格称为数学的命题, 常为先天的判断而非经验的; 盖因其具有不能自经验来之必然”。(P. 36)

“哲学的知识乃由理性自概念所得之知识; 数学的知识乃由理性自构成概念所得之知识。所谓构成概念, 乃指先天的展示‘与概念相应之直观’而言, 故构成一概念, 吾人需要‘非经验之直观’?(P. 496)

他的结论是建立在思辨的基础上的, 是建立在所谓超经验的理性和上帝创造安排的基础上的, 我们则不同, 我们是建立在种系发展研究基础上的, 建立在调查研究和实验研究基础上的, 我们认为数概念是发展进化而获得的一种能力, 而不认为数概念是上帝对人类的一种恩赐。

在跨文化心理学的研究中, 我们发现各民族各文化中的人, 数概念是一种普遍存在的“自发”发展的潜能。这为我们的结论又增加了一层信心。这样看来, 人类几千年、几万年甚至几十万年的文明历史并没有给我们的新生婴儿以更多的天赋。当人类数学的发展在于怎样更好地利用这种潜能去创造掌握更精确更有效的计数方法和更加发达的数学手段。在这里, 我们又看到, 正象Gelman所说的, “计数的发展和言语的发展一样是‘自然’的(Gelman 1982 P. 183)但精确的计数方法和精确的言语一样, 是需要教学和学习的”。

参 考 文 献

[1] 方富熹“国外对皮亚杰儿童发展阶段理论的质疑——西方儿童认知发展理论的新

趋势” 《心理学动态》1984第4期

- [2] 张梅玲编译R、Gelman原著“年幼儿童对数概念知道些什么” 《心理学动态》1983 第二期
- [3] 蓝永武译 康德著《纯粹理性批判》商务印书馆 1960
- [4] Dolley & Gill, 1977. Mathematical capabilities of Lana chimpanzee In: Language Learning by a Chimpanzee, The Lana Project, D.M. RUMBAUGH (ed) Academic Press, New York. pp, 247—260
- [5] Douglas, J. W. B. & C. W. M. Whitty, An investigation of number appreciation in some sub-human Primates, J. comp. psychol, 1941, 31, 129-143
- [6] Fester, C .B. 1966. Arithmetic behavior in chimpanzee Sci. Amer, 210, 98-106
- [7] Gelman, R. What young children know about numbers. The Education Psychologist, 1980, 15, 54—68
- [8] Gelman, R. Basic Numerical Abilities, appeal in R, J, Sterberg(E, d) Advances in the Psychology of Intelligence. Vol. 1. Hillsdale, N, J, 1982
- [9] Ginsbary, H. Mathematical thinking in inner city black preschool children. Paper presented at the meeting of the Society of Research in Child Development San Francisco April 1979
- [10] Hicles L. H. Analysis of number-concept formation in the rhesus monkey, Journal of Comparative the physiological psychology 1956, 49, 212—218
- [11] Menninger, K. Number words and number symbols cambridge. Mass. MIT Press, 1969
- [12] Rohles, F. H. & T, V. DEVINE, Father studies of the middles concept with the chimpanzee Anim. Behav. 15(1); 107—112. 1967
- [13] Posner, I. K. The Development of mathematical knowledge among Bauule and Dioula children in the Ivory Coast. Unpublished doctoral dissertation, Cornell University, 1978
- [14] Ruby, L. M. An Investigation of Number Concept Appreciation in a Rhesus Monkey Primates, 1984, 25(26): 236—242
- [15] Saxe, G. B. Numerals as body parts: A developmental analysis of numeration among a village population
- [16] Starkey, P. & Cooper, R. G. Numerosity perception in human infants. Science. 1980, 210, 1033—1035
- [17] Starkey. P. Spelleg, E & Gelman, R. Number competence in infants: Sensitivity to numeric invariance and numeric change Paper presented at the meeting of the international conference on infant

- Studies, New Haven, Conn, April 1980
- [18] Stevens, S. S. Mathematics measurement and psychophysics. In Stevens, s. s. (ed) Hand book of experimental psychology New York: John Wiley & Sons 1951
- [19] Thomas, R. K. Conceptual numerosness judgments by squirrel monkeys. American J. of Psychology 1980, 93, 247—257
- [20] Woodruff, G. & Premark, D. Primitive mathematical Concepts in the chimpanzee: Proportionalty and numerosity. Nature, 1981 293:268—570.
- [21] Zaslavky, C. Africa counts Boston, Mass: Prindle, Weber & Schmidt, 1973

(上接63页)

- 会议文摘选集》，第382页
- [13] 田英忠等：《失足青少年的性格调查》，《犯罪心理学的研究与应用》，北京市公安局编，第80页
- [14] 林少菊等：《惯犯个性倾向的调查》，参加中国心理学会法制心理专业委员会第三届学术讨论会论文
- [15] 罗大华等：《关于犯罪者对一组罪种严重性判断的研究》，《心理学动态》1985年第2期