心 理 学 报
第3期 ACTA PSYCHOLOGICA SINICA 1982年

儿童在数及数学上对部分与整体关系认识的发展[1)]

刘静和 王宪钿 张梅玲 何纪全 林嘉绥
中国科学院心理研究所

摘 要

本文概括了九个有关数和数概念的实验研究结果。作者在最早的四个实验的基础上，提出了儿童对部分与整体关系认识的十二项指标，再以之通过正整数，几何图形和分数三个方面进行探讨，探讨结果由两个数学试验验证应用。根据研究总结果，作者讨论了揭示认识对象的内在规律对于主体认识活动的作用，部分与整体关系认识的年龄特点，阶段性及激进时期以及认识这个关系的心理过程。也对数的部分与整体关系的掌握对小学数学教学的应用提出了意见。

本文是近三年的九个小实验研究的概括总结。

在四个数学教学和数概念实验*的基础上，我们括概提出了部分与整体关系这个概念作为研究儿童认知发展的一个问题。部分与整体关系反映客观世界的普遍联系，是唯物辩证法的一对范畴。它在数学方面的体现是逻辑关系。它是儿童掌握数学概念的一个重要环节。儿童对这种关系的认识标志着思惟发展的水平，也是掌握数学概念的手段和途径。研究儿童对这个关系的认识，其结果不仅显示儿童认识发展的规律，也可以为改进数学教学提供心理学依据。国内外在这方面或有关这方面的研究工作不少。美国 Markman[1~3]曾从儿童的经验的与逻辑的解决问题等等方面研究类与数群的概念。瑞士心理学家皮亚杰和他的协作者在许多著作中也都涉及儿童的部分与整体关系概念的问题。国内也有许多关于数概念与运算能力的研究都接触到儿童对部分整体关系概念的发展问题。我们这九个研究是企图通过某些教学内容作为"动"的认识对象来探讨儿童对这个概念认知

1) 本文于1981年11月19日收到。
*(1) 王宪钿等：关于儿童对部份与整体关系认知发展的实验研究，分数概念的形成，儿童心理与教育心理，1980年，第2期。
(2) 张梅玲：关于儿童对部分与整体关系认知发展的实验研究Ⅰ 4—7岁儿童类和数的包含，心理学报，1980年，第1期。
(3) 林嘉绥：关于儿童对部分与整体关系认知发展的实验研究Ⅱ.4—7岁儿童数的组成和分解，心理学报，1980年，第2期。
(4) 何纪全：关于儿童对部分与整体关系认知发展的研究、6—7岁儿童用非除法运算解答包含除法的实验，心理学报，1982年，第1期。

的发展。

根据我们的四个实验结果，提出了对部分与整体关系进行认知的十二项指标*（见附件），用这十二项指标对520名4—11岁儿童在①正整数②几何图形③分数这三个方面进行考察**。从考察结果总结出年龄特征，非年龄特征，以及这些特征所依据的认识过程。然后又应用这些结果设计从部分与整体关系出发的两个教学实验：(1)掌握100以内数的认识（在北京两个幼儿园大班试验），（2）掌握乘除法（在北京两个小学二年级试验）。从实验中概括出某些原则，再将这些原则投入教学实践加以检验（现在辽宁黑山北关实验学校进行），以得到提高。

通过这样反复的教学实践与心理学实验及其概括，初步探讨了部分与整体关系概念在儿童所接触的特定客体（数学）与儿童（主体）对它们反映活动这两者之间的相互关系，及其在发展中的作用。

从实验结果可以看出：

（1） 揭示认识对象的内在规律有利于主体的认识活动。

认识活动的本源是外在的物质世界。物质世界有其内在规律。揭示这些规律的某一方面——在本研究中是数的部分与整体关系——组织成为系统并使之统率儿童的学习内容，作为认识对象可有利于主体的反映活动，有利于辩证思惟的发展。因为辩证思惟不过是客观现实的反映。辩证思惟的方法是达到辩证思惟的手段和途径。

整体与部分关系也是学习数学概念及运算内容的一种内在的本质联系。有些作者[2]认为儿童发现整体的不变性是数量化过程中一个重要环节。我们认为这些结论都应该是由认知者与被认知对象的相互关系中研究探讨出来，因为人类的知识不论是自然、社会或代表量的数及其运算都不是在被认识客体的结构或是认识主体的结构中预先认识或形成的。认知的对象或事物，需要通过认知者如何反映、如何逐渐把握来分析其结构（多次的、反复的、来回修改的）。通过认知者和被认知对象的复杂相互关系，探讨出认知结构如何逐步完善亦即如何发展的。我们的十二项指标不论在自然数的正整数或几何图形或分数方面，4—11岁儿童对它们的反应，最主要的特点是把握作为整体的数的不变性，但是在各年龄阶段有不同的侧重。作为关系来说，部分数，比如，“4”，是一个独立的数，但它同时又是整体数“8”里面的一个部分数，而整体数“8”分为部分“4”和“4”，或“2”和“6”时，整体“8”就不存在于眼前，只能“寄存”于脑中，并对部分数的进退发生联系。因此年龄小的儿童把部分与部分，如“6”或“2”作比较，而不和整体“8”作比较。稍大的儿童能作加减运算，能计算“8－6”，但也说不清“6”和“8”的关系，如“6”是包含在“8”里面，“6”是从原来的“8”里面来的等等部分与整体的关系，而在“8”减“6”之后，“8”也就不作为整体存在了。这种情况特别是当有两个部分数，其中一个比另一部分数大的时候出现。如果两个部分数是相等的，那末他们有时就说部分数与整体数是一样的***。他们的注意点似乎只局限于一个方面，不是眼前的第一部分就是第二部分。能掌握整体和

* 这十二项指标可以概括目前小学数学教材的基本概念与内容。

** 三个实验另有报告。

*** 这时对于儿童来说，整体数巳不存在，所存在的只是两个相等的部分数，例如把“8”分为“4”和“4”，由于眼前巳没有“8”，儿童说“4”和原来的整数相等，实际上，儿童是把部分数和“4”相比较。

部分的关系要有两个运算活动：部分加部分等于整体，反过来整体减去一个部分等于第二个部分。这样的几次操作就可以推导出整体大于它的一个部分，同时也大于它的另一个部分。整体包含它所有部分内的元素(几个)，这些元素都包含于整体之中。部分必然小于整体。整体这个概念对于认知者来说，必须具备皮亚杰所谓的"逻辑的同时性"，如"4"既是一个独立的数，同时又是"8"里面的那个"4"，整体与部分还必须有可逆性，整体去掉一个部分，余下便是另一个或另一些部分，各部分合起来成为整体。部分与部分之间又有补偿、消长的关系。一个多了另一个必然相应地少了，而这些关系又必须在整体不变性的前提下把握。

这些相互依存关系的复杂系统在儿童掌握的过程中不但不是消极的、被动的反映或是机械直观一次完成，而是要逐步构建起来。结构形成是在早先获得知识的基础上进一步掌握新东西，逐步扩大或深化。通过这些过程，数学的系统性作为楷模，逐步被儿童所反映、所联系，形成他们思惟的系统性，特别是其中的辩证关系，如分合、多寡、进退、顺逆、补偿等经过多次反复，为儿童建立辩证思惟打下基础。

(2)　儿童对部分与整体关系的认识有年龄特点及其阶段性和开始、持续、终结的段落。

我们从正整数几何图形和分数概念三个实验的结果中提出通过12项指标的标准，然后以各年龄儿童通过的人数作为安排12项指标难易的标准，再在12项指标的难易次序的基础上用数量分类法得到这些指标之间的关系结构，它可分为四个层次*。第一个层次概括为数量关系，第二为包含关系，第三为互补可逆关系，第四为补偿关系。由于认识对象的不同，各项指标在各层次中的位置有所出入，比如指标1，在以分数为对象时，比较容易，在几何图形方面也比正整数容易，但是三方面总的次序和趋势是一致的。在这三方面，4岁儿童都由于不能理解要求，对于问题只能用生活经验来回答，不能从数的关系来回答。5—11岁儿童的认识有较大变化。在这个范围内，最大的跃进或激增似乎在6—8岁。在激增前后进步幅度较慢。到11岁，基本上掌握了全部指标(第12项指标除外)，显示出达到另一质变现象。

从年龄阶段与指标层次的相互关系中可以看出12项指标在同一年龄上的发展是不平衡的。每项指标都有其开始掌握、持续时间和完成终结三个段落(以10—20%人数通过为开始，95%以上的人数掌握为终结，20—95%为持续段落)。第一层次开始掌握的年龄约为5岁，终结年龄约为8岁，其中以正整数方面为最早(4½岁即开始)分数方面终结最晚(8岁以后)；第二层次开始年龄约为5岁，终结年龄约为9岁，以几何图形为最早，以分数为最晚(9岁)；第三层次开始约为5岁，终结约为11岁；第四层次约自6½岁开始到11岁尚未终结。在四个层次中各个持续段落，除分数外，大都是二年左右。在持续段落中，发现有跃进的年龄阶段。如正整数的第一层次中，跃进的年龄阶段为5—5½岁，(增长率

---

* 四个层次是依被试对各项指标所获得的成绩分数多少而划分的。例如在分数实验中，按受试儿童对十二项指标所获得的平均成绩的高低，将十二项指标依次排列为1、3、4、11、2、5、6、7、8、9、10、12　这可以看出指标的难易程度是不同的。我们又以每个指标之间约相差10分为准，将十二项指标划分为四个层次，1、3、4、11、2为第一层次，平均60.5分；5、6、7为第二层次，平均为45.7分；8、9、10为第三层次，平均33.8分；12为第四层次，成绩为13.8分、以第一层次成绩最高，第四层次最低。

27.6—61.8%)；分数的第二层次，跃进年龄为7—8岁(42.7—92.7%)；几何图形的第三层次，跃进年龄为6--6½岁(44.8—68.3%)(见表)

不同年龄儿童认识不同对象的三个段落和层次

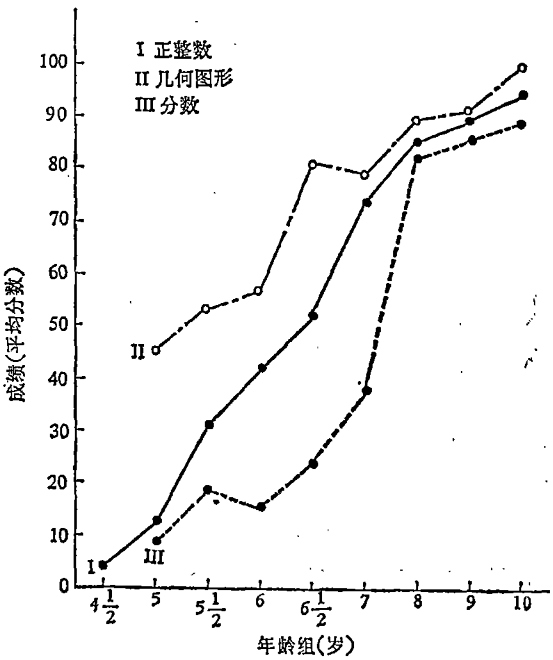
实验项目	段落 \ 层次 年龄(岁)	一	二	三	四
几何图形	开始	5岁前	5岁前	5岁	$7\frac{1}{2}$岁
	持续	5—6岁 ($5—5\frac{1}{2}$, 81.5—83%)	5—6岁 (37.5—50.0%)	6—9岁 ($6—6\frac{1}{2}$, 44.8—68.3%)	8—11岁 (10—11, 70.0—90.5%)
	终结	$6\frac{1}{2}$岁	$6\frac{1}{2}$岁	10岁	0
正整数	开始	$4\frac{1}{2}$—5岁	$4\frac{1}{2}$岁	$6—6\frac{1}{2}$岁	7岁
	持续	$5—6\frac{1}{2}$岁 ($5—5\frac{1}{2}$, 27.6—61.8%)	6—7岁 ($6\frac{1}{2}$—7, 45.5—85.0%)	$6\frac{1}{2}$—8岁 ($6\frac{1}{2}$—7, 20—60.0%)	8岁
	终结	7岁	8岁	9岁	0
分数	开始	5岁前	$6\frac{1}{2}$岁	7岁	8岁
	持续	$5\frac{1}{2}$—9岁 (7—8, 58.8—93.6%)	7—8岁 ($7\frac{1}{2}$—8, 42.7—92.7%)	8—10岁 (7—8, 14.7—81.0%)	9—10岁 (8—9, 16.5—53.0%)
	终结	10岁	9岁	10岁	0

从以上的年龄分布看，儿童对部分与整体关系概念的掌握是从数量关系开始，到补偿关系终结。而在5岁到11岁这个年龄阶段中又呈现出两个加速时期，一个在5½—6½岁，一个在7—8岁，特别是7—8岁这个时期，发展激增，成为一个有质变阶段的起点。(见下页图)

从实验过程中可以看出在这两个阶段中儿童对部分与整体关系所表现的主导思惟活动的特征。在5岁前后，儿童的主导思惟活动特征是集中于一个因数(数量)。有时这个数量占统治地位，有时那个数量占统治地位，而不能同时注意两个数量，不能从片面的、绝对的感知中解放出来，因此看不出关系。5½岁以后，有所发展，把整数分为两个或两个以上的部分数在行动上做得到，在思惟水平上也可以做到。但是把部分合起来，还原到原来的整数就觉得困难，比如对指标"1"(分为相等或不相等部分)和指标"5"(整体包含部分)比较容易，对指标"2"(各部分合起来等于整体)和指标"6"(部分包含于整体中)就比较困难。分比较容易、合比较困难的主要问题是思惟的可逆性，这是5岁以后掌握整体与

部分关系所需要的主导思惟的特征。

从一个阶段到另一阶段过渡的标志是儿童对待现实的主要关系时主导思惟活动有所改变。7岁的儿童对待整体与部分关系这个问题时，他们的主导思惟活动的关键是集中于整体的不变性。儿童对整体不变性的认识是从不掌握到掌握贯穿在12项指标认识过程的始终的。部分与整体的关系是在整体不变性的前提下体现的。整体统率部分这一点如果不能掌握，部分与整体的关系就认识不清。特别在第三、第四层次的关系中，比如在指标8、9、12中，儿童只有认识整体不变是前提这一概念，才能把握整体分为两个部分，部分与部分之间有互相增减或相互补偿的关系等等。整体不变性是基础，在这个基础上不同水平的发展表现在对各个指标的不同反应上面。当然从实验材料中也可以看出从一个主导思惟形式为特点的阶段过渡到另一主导形式为特点的阶段不是“一刀切”的。前一阶段孕育着后一阶段特点的因素，后一阶段又留存着前一阶段特点的延续。



各年龄组儿童在三个实验中对12项指标所获成绩曲线图

（3） 部分与整体关系的认识过程是从感知直观到逻辑抽象的过渡。

在部分与整体关系的认知过程中，贯穿全过程的是从感知直观到逻辑抽象的过渡，但是也象从一个年龄阶段过渡到另一阶段的主导思惟形式的改变一样，不是“一刀切”的，以感知直观为主导形式的阶段不是完全不存在表象的因素，在表象或概念为主导形式的阶段中也不是完全脱离感知成分。而且，过渡也不是简单地由具体到表象到概念就静止到头了。在过渡中主导的更替非主导的，形象思惟不是消灭了，而是得到改造、完善和提到高的一级，它们之间形成极复杂的关系，也就形成认知者与被认知的事物之间的复杂关系。在认识部分与整体关系的过程中，从具体感知到逻辑抽象不是象从红笔、红旗、红纸中抽出红色那样简单，它的主要部分是包含着反身抽象。它是由主体对这些物体的活动（物理的和反映的）和对各种活动的协调作用中抽象出来的。因此，我们说认知发展主要是主体对环境或事物的主动积极的作用与它们的相互作用，不是被动的反映。如果从思惟结构来说，那就是主体原来已形成的结构在主体与新事物接触中，通过整合、协调而形成新结构。这个过程对于不同事物又分出不同阶段，各有其重点形式，各有其不同矛盾，以及需要克服的障碍。

在我们以几何图形为认知对象的实验中，主试给被试一个大的长方形作为标准图形。长方形内有8个小的正方形。这代表一个整体。另外再呈现一条底线，这条底线的长

度等于二或四或八个小块正方形一边的长度。要求被试完成的任务是在这条底线的基础上看大的标准长方形可以怎样分与合。年龄小的被试在感知水平上活动。当他在底线上划方块时，他只注意到底线上的方块，看不见这些方块与它们的高度的关系。当他从纵的方向上划方块时，又忘掉底线上的方块，这时这些方块和对它们的活动反映在儿童脑中，感知的成分是主导的。底线上的方块与纵向的方块是各不相干的。稍大的儿童看出底线上小方块多了，纵线上方块就要少了。多少相互抵消才能满足形成大长方形的要求。在捉摸具体实物多、少的抵消中，抽象的关系概念出现了。纵横方向上的小方块逐步变成和大的长方形里的小方块一一对应了。它们统一起来，抽象的数量化的概念占了主导地位，“8”是整体的概念建立了。

在从感知到抽象的过渡中，儿童的认识是有矛盾的。比如在分数的实验里，儿童对“1”为整体，一块东西可以分为相等的4块或8块，取其4块或8块也就是“1”，这个问题不能在概念水平上理解。当主试用同样的两个大的方块将其中一块预先划了十字，使它可以分割为相等的4块。把两个大的方块同时呈现。开始儿童只看两块的大小，说是一样；又注意到一个方块中间所划的纵横线条，对所提出的高一级概念水平的部分与整体关系的问题不能理解。一会儿她说两块是一样的，一会儿说“不行，这是四，这是一。一块有线条分开，一块没有”。她困惑疑虑，最后经过摆弄操作，发现把一块划分的纵横线条取消，或是把另一块也加上纵横线条。它们就一样了。因此，把一整块分为四小块，取出四小块也就是“1”整块，这样问题就解决了。这些活动开始在具体物体上进行，以后就离开实物，在概念水平上协调操作。

在概念水平上操作也不是没有矛盾的。在构建这样一个要懂得“1”是整体这个概念必须再次获得新的知识结构，这个新结构是在层层已获得的知识结构基础上达到的。在这个过程中，感知成分不时自动地重视，有时人为地侵入。这种情况有时起了辅助作用，有时却起了阻碍作用，又产生了矛盾。在我们一个实验的某个过程中，主试给一个小孩一个图形，试图帮助她解决分数问题。可是当给她这个具体实物时，那个小孩自己已经在抽象水平上活动了。这个呈现使感知的东西侵入，阻碍了她的抽象运演过程，小孩非常生气地用手拨开实物，自己继续运算。英海德等[1]也曾发现过儿童从两堆不同数量的整体中，一个一个地取少数元素，成为子集，即整体的部分。子集的元素是相等的，但被试总认为从较大一堆里分出来的子集的数，比从较小的一堆里分出来的元素多，虽然数的时候他们知道它们是完全相等的。在部分与整体关系的抽象过程中，原来的感知成分经常掺杂进来起作用。还有，在某些以数量为对象的部分与整体关系的认知过程中，我们看到逻辑抽象已占统治的地位，这时儿童对数量较小的数(1—15)的部分与整体关系，已经知道子集与原集的关系不是并列关系，而是从属关系，子集是从原集中来的。但是对数量稍大的数，如20—30，他们的感知作用又回来占了上风，就说不清这种关系了。因此有的研究者[1]认为认识群集与子集的关系，部分与整体关系，只有到儿童不需要数数，不需要数原集与子集或各子集的数的时候就知道它们的关系（子集总是小于原集等等），这个时候的认知关系才是逻辑关系，不受感知或生活经验的影响了。

（4）　部分与整体关系的认识可以有效地应用于小学数学教学

在我们最后的两个教学实验中，我们通过直观演示并让儿童自己摆弄一个大的透明

塑料袋，内装 6 个或8、9个小球，并将其分别装入大袋里面的两个或三个小的塑料袋里，使儿童看清楚当 6 个小球分别装入两个小袋时，每个袋装 3 个，分别装入 3 个小袋时，每袋装 2 个。整体中的数不变，各部分的数是相互增减的，部分数与份数也是相互增减的。他们了解了“1”的相对概念，“1”能代表一个大口袋里的 6 个，又可代表一个小口袋里的 2 个或 3 个，还可代表小口袋里的一个小球。这样以“1”为整体的概念，使其统率教材，学生在学习中产生了“策略”思想，发展了能力，较容易地掌握了数的概念和运算技能，并且能自学某些相应的高一级的材料。在我们的分数教学实验中，学生用较短的时间学完统编教材内容，并且在教师的启发下，即能进行百分数与小数的学习。在学习过程中学生是主动参与而不是被动接受。他们明确自己的学习收获和成绩，这大大激发了学习兴趣。在100以内数概念和乘除法的教学实验中，学习效果也较好。对统编五年制算术教材的第一册的主要内容只用20节课每节30分钟，在没有任何课外作业的条件下，普通幼儿园普通班的6½—7岁儿童完全可以掌握，学习成绩优良。一个月后的测查说明学习的巩固程度也不差、

对于这些结果，我们不是追求“多”、“快”，我们追求学生要有较高的能力。在调查中，有的学生说：“我会了，因为我有办法了”。老师说：“学生懂得基本规律有能力了”。

我们认为人有先天遗传的一面，也有环境教育等影响的后天的一面。人也有个别差异（虽然我们对实验对象没有做智力测查和社会经济地位的调查）但是发展是在各自的基础上发展的。7岁左右的儿童最主要的活动是学习知识。智力发展是在儿童本身的活动条件之中并依从于他们对新知识内容的掌握而形成起来的。现有发展水平从学习上讲应该是掌握某种知识内容的可能性的标准。在教学中提出超出学生现有认识水平的对象造成他们认识之间的矛盾，作为动力，挖掘智力潜力。

我们也认为知识和智能是密切关联着的。知识的基本结构构成了一个学科的基本概念。科学知识的体系是由基本概念和规律所构成的，它能把它们系统化，把已获得的知识联系起来，可以有效地保持，易于记忆，并有助于训练迁移。学到了基本法则，可以由一种训练迁移到另一种，碰到新形式就看出它们仅仅是熟悉系统中的一种或它的一种变式。学生的智能是在掌握系统的科学概念和基本原理的过程中发展起来的。科学概念和基本原理的掌握又为进一步发展智能提供基础。

因此，发展心理学既要研究现有的发展水平，更要在“动”中研究发展的潜力，以及作为认知对象的系统结构。

中国的发展心理学既要探讨辩证唯物主义的认识论也要为中国亿万儿童开发智能的宏伟工程提供材料。

附录：部分与整体的12项指标

1. 整体可以分为若干相等或不相等部分。

$$A=\begin{matrix} a+a+a+\cdots\cdots \\ a+b+c+\cdots\cdots \end{matrix}$$

2. 各部分之和等于整体。

$$a+a+a=A$$
$$a+b+c=A$$

3. 整体大于任何一个部分

$$A>\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \qquad\qquad A>\begin{matrix} a \\ a \\ a \end{matrix}$$

4. 任何一个部分都小于整体。

$$\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}<A \qquad\qquad \begin{matrix} a \\ a \\ a \end{matrix}<$$

5. 整体包含部分。

$$A\supset a$$
$$A\supset b$$
$$A\supset c,$$

6. 部分包含于整体，任何部分都来自整体。

$$a\subset A$$
$$b\subset A$$
$$c\subset A$$

7. 部分位置的变化不影响整体

$$\begin{aligned} A&=a+b+c \\ &=c+b+a \\ &=c+a+b \end{aligned}$$

8. 当整体分为两个部份时，部分之间存在着消长，增减关系。

$$A=(a-N)+(b+N)$$

9. 当整体分为两个部分$A=a+b$时，一部分是另一部分的“补”，并存在可逆关系。

$$a=A-b$$
$$b=A-a$$

10. 整体是一个大的堆或集合，所划分出来的每一个部分或小的堆分别可以看作一个集合。

$$\begin{aligned} A&=\{a,b,c,d,e,f,g,h,\} \\ &=\{a,c\}+\{b,d\}+\{e,f\}+\{g,h\} \end{aligned}$$

11. 整体可分为部分，部分又可作为一个整体再分为部分。

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & & & A \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & & & \\ & & a \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & & b \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & & \\ & a_1 & & a_2 b_1 & & b_2 & \end{tikzcd}$$

12. 当整体分为相等部分时，部分的数与每部分中的单元数是相反方向消长的关系。

$$A=N\times a=M\times b$$

若　$N>M$，　必然$a<b$，

若　$N<M$，　必然$a>b$。

参　考　文　献

〔1〕 Inhelder B., Sinclair H. and Bovet M., Learning and the Development of Cognition, Routledge & Kegan Paul, London, 1974.

〔2〕 Gruber H. E. and Vonèche J. J., The Essential Piaget, Routledge & Kegan Paul, London, 1977.

〔3〕 Markman E. M., Child Development, 49:168—177, 1978.

THE DEVELOPMENT OF CHILDREN'S COGNITION OF THE PART-WHOLE RELATIONSHIP CONCERNING NUMBER AND ARITHMETIC

Liu Jing-he Wang Xian-tian Zhang Mei-Ling
He Ji-quan Lin Jia-sui

(*The Institute Abstract of Psychology, Academia Sinica*)

This is a comprehensive report of 9 experiments we did during the past three years. From our previous 4 experiments, we put forword 12 criteria for the comprehension of part-whole relationship. The same 12 criteria were used in the 3 experiments (integers, geometrical figures and fraction) designed to investigate the reaction of children to part-whole relationship, after which 2 teaching experiments were carried out to apply and check the results obtained. On thebasis of the results of these 9 experiments, the authors discussed how the understanding of the intrinsic nature of the objects to be known (number and arithmetical concepts in these studies) facilitates the knowing processes of the knower, the age characteristics, developmental levels and periods of accelerated growth during the process of comprehension of part-whole relationship. That the children's cognition of part-whole relationship may be effectively applied to the learning of arithmetic was also discussed.