

# 儿童教学认知过程与 小学数学教材的建构

张梅玲

中国科学院心理研究所

教师的活动、学生的活动和教材,是构成教学的基本成分。教学过程是在这三者相互作用中展开的,学习的过程则发生在客体作用于主体的中途。因此,我们在建构小学数学教材时,既要考虑数学本身的知识结构,也要考虑儿童本身的认知结构及其教学认知过程的特点。

## 一、儿童掌握数学概念的层次性与教材的建构

儿童对某一数学概念的掌握是呈现不同的层次的。我们可以从不同的角度来研究儿童对数学概念掌握及其解题策略的层次性问题。首先,从儿童理解数学概念或解题的思维水平上来看,一般有直观动作水平、具体

种形成性评价的具体方法,及时检查出每个学生未达成的教育目标,以补救学生思想品德、文化智能、身体素质、审美情趣、劳动表现、个性心理等方面的缺陷和薄弱环节,激励学生全面发展。实验乡(镇)的各个学校还通过学生群体的学期或学年总结性评价,统计分析学生全面素质的合格率和优秀率,检验大幅度大面积提高全体小学生全面素质的达成度,以便作出相应的决策措施,促进全体农村小学生全面素质的提高。

三年来,实验乡(镇)的各级各类学校,在“两大两全”目标引导下,以《教育

表象水平和抽象概念水平这三个层次。例如,当我们问一年级儿童 $3+4$ 等于多少时,四个儿童的回答都是7。再问7是如何得来时,儿童甲说:“因为7可以分为3和4,所以 $3+4$ 等于7”;儿童乙说:“3个苹果,4个苹果一起7个苹果”;儿童丙则先伸出4个手指,然后往上数5、6、7;儿童丁则左手伸出3个手指,右手伸了4个手指,逐一点数手指后得出7。从结果来看,他们的回答都正确。但其解决问题的思维水平则分别为概念水平、表象水平、半直观水平和全直观水平。

其次,还可以从同一个概念所含的不同关系来区分概念理解上的层次。我们曾初步拟定出儿童对部分与整体关系的认知的12项目标和测评方法》为依据,妥善运用评价手段,对教育教学过程进行了不断的优化、组合,取得了很大的成绩。今年三月,宁波市教科所对首批四个实验乡(镇)的全体农村小学生的全面素质进行了抽测,统计结果表明,实验乡(镇)小学生的全面素质明显优于非实验乡(镇),基本上达成了“两大两全”的目标。实践表明,评价机制在教育实验,尤其是大面积教育实验中起着重要的作用。运用评价手段,进行目标导向,是大面积教育实验的一条出路。

(责任编辑 雷实)

指标。通过对4~11岁儿童对几何图形、正整数和分数概念的部分与整体关系的认识研究发现,在整体守恒的前提下,这12项指标可以分为4个层次,即部分与整体之间数量的比较关系、包含关系、互补可逆关系和补偿关系。儿童对这四个关系的认知的发展可以分为开始、持续和终结三个阶段。这三个发展阶段的年龄由于对象不同及同一对象的层次不同而有所不同。例如,儿童对互补可逆关系(第三层次)的认知发展,就简单的几何图形来说,其持续阶段在6~9岁;而就分数概念来说,其持续阶段则在8~10岁。

最后,同一概念也可以包含不同层次的教学知识内容。例如儿童对“1”的认识,无论是在入学前都能说“1”,有的甚至也会读和写数字,但这时的“1”在他们的头脑里必定是与一个具体的量相联系的。小朋友总是说“一朵花”、“一只狗”……等。儿童入学后,其对“1”的认识就从具体量聚拢为抽象的数“1”。随着年龄和知识的增加,儿童对“1”的认识就更概括、更深刻。儿童对倍数中的一倍数、乘法中的一份数、应用题中的“假设1”的认识过程,是认识自然数中的单个“1”到认识群体(若干个1)的飞跃,另一次是从认识积“1”为正整数向认识分“1”为分数的飞跃。儿童在认识上的质的飞跃点也就是其认识上的困难点。总之,儿童对数学概念的掌握、儿童数学解题思维水平的提高都有一个发生、发展的过程,而且这一过程是有其阶段性和连续性的。在教材的建构中,我们一方面要注意使建构的内容适合该年龄儿童的认识发展水平,另一方面要考虑知识的孕伏、发展和深化的不同层次,以利于塑造儿童良好的数学认知结构。例如,《现代小学数学》\*实

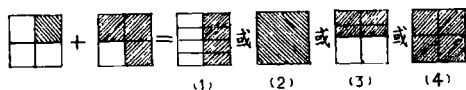
验教材,在让儿童认识“1”的时候,就以经验性、形象性的题材对儿童进行群体“1”(一盆桃、一筐桃)的启蒙教育。这也可以说是对儿童以后学习1份数、1倍数的一种孕伏。实验初步表明,儿童能够从经验性、形象性的孕伏中初步懂得“1”可以表示一个桃,也可以表示一盆桃、一筐桃、一卡车桃……有的儿童说:“1”可以表示一个小朋友、一个班、一个学校、一个宇宙……”。我们从课堂教学的实况来看,孩子们是富有想象力的。他们对“1”的课堂讨论可以是非常热烈的。据教师们反映,教学中的这种孕伏使小学生在学习乘除法中的一份、几份及倍数中的一倍数、几倍数时感到比较轻松。如教师拿12个小圆片请小朋友等分成若干份时,小朋友们分得很快,而且很明确地说:“我可以两个两个地分,12个小圆片可以分成6份,12是2的6倍……,”“我也可以把4个小圆片作为1份,12个小圆片有三个这样的“1”,12是4的3倍”……又如,《现代小学数学》实验教材第一册的认数部分有1的认识、9以内的数、10和100的认识。这样编排的主要依据是儿童对“10”认识的层次性。我们认为,应该把儿童对10的认识看作为儿童在对数的认识上的一次质的飞跃。10是由10个1组成的,反之,10个“1”可以叫一个“10”。这又是儿童对形象性的“群体1”的认识的一次初步深入(把几个1看成一个整体)。这样,小学生就比较容易认识百、千和万,同时这也有利于他们建立倍数概念。又如在对分数概念的认识上,儿童从认识聚“1”为自然数进入分“1”为分数,这是儿童对“1”的认识时又一次飞跃。儿童对任何知识的学习都是他们重建和改建原有认识结构的过程。根据这一原理,《现代小学数学》实验课本对这部分知识的建构是:以“1”为基础标准,

\* 《现代小学数学》由中国科学院心理研究所“现代小学数学”实验协作领导小组编写,主编:刘静和,副主编:张天孝。

把是“1”的几倍和是“1”的几分之几联系起来。(详见实验课本第七册第117~118页)这样的一种知识结构不仅有利于儿童对分数概念的理解,而且能促进儿童对“1”的认识从原有的认识层次自然地向更高的层次发展。

## 二、儿童在认数学概念过程中产生的矛盾与教材的建构

在儿童对数学概念从不知到知的转化过程中,他们经常处于矛盾的不平衡状态。例如,在分数概念的实验中,我们用形象的图形向没有学过分数的5—10岁儿童呈现这样一道题:



请被试从等号右边的4个图形中选出自己认为对的图形。7岁之前的儿童不是选错,就是选(4)号。当主试问为什么选(4)时,大多数儿童总是用小手指把加号左面的1个划道道的小块移到加号右面空白一小块上,并说。“这样就成为(4)号图了”。这种回答是对整体图形的一种直观认识。到了8、9岁,有相当一部分儿童选了(4)号图形后,会眼睛盯着(2)号看。当主试问她“你认为还有哪个图形也是对的,还可以选”时,被试带着疑惑的神情对主试说:“从形状上看上去,(2)号也应该是对的。”他选了(4)和(2)后,我们从儿童表情上观察到他仍处在犹豫不决之中。这时主试追问:“到底(2)和(4)号图形是不是都对呀?”他马上回答:“我想想又不一样。”主试问:“怎么不一样。”被试回答:“我想想(4)号是4块,(2)号是1块,4和1怎么会一样呢?”主试又问:“那么,你再好好想想,到底对不对?”被试又反复说:“看看一样,想想不一样。”这样反复了三次。突然被试向主试提出一个要求:“老师,我可以用笔在(2)号图上

也在二边中间划上直的和横的二条线吗?”主试回答“当然可以”时,他恍然大悟地说:“噢,在(2)号图上可以加上横、竖二条线条,那我也可以把(4)号图的横、竖二条线条擦掉。”这时,他才明白一整块分为相等的四小块,四小块合在一起也就是一整块,这样问题就解决了。这些活动开始在具体物体上进行,以后就离开实物,在概念水平上协调操作,从而明白 $\frac{4}{4}=1$ 、1也可以用 $\frac{4}{4}$ 表示这个道理。从这个实验的个案的解决问题的思维过程中,可以很清楚地看到他在解决问题过程中遇到了形和绝对数值之间的矛盾,矛盾的解决办法是任意的一方通过一定条件转化成另一方,最后达到统一。在这个矛盾的转化统一过程中,儿童不仅学到了数学知识,而且在辩证思维方面也受到了一点启蒙性的教育。儿童在解决问题过程中处于矛盾之中的时候,也正是儿童智力兴奋处于高潮的时候。所以可以说,儿童进行思维的过程也就是他发展思维的过程。又如一个测查5~10岁儿童比的概念的发展的实验,其中有一个情境(全实验为八个情境)是小红和小刚各有两个同样大小的空杯子,小红的杯里倒入三小杯桔子水、三小杯白开水,小刚的杯子里倒进两小杯桔子水、两小杯白开水(事先告诉被试杯子的大小相同、桔子水的甜度也相同)。要求被试回答小红杯子里混合的水甜,还是小刚杯子里的甜。7岁前的儿童,基本上都很快地回答:“当然小红的甜,因为小红的有三杯桔子水”(在7岁前,儿童只能从一个因素出发,而不能把桔子水和白开水放在一定的关系中去考虑而作出判断);或者说:“三杯桔子水的当然比二杯的甜。”8岁后的儿童大部分能利用一一对应的方法或从概念上来说明“一样甜”。我们发现7岁前后的儿童在回答此问题的过程中,经常出现动摇和疑惑。有一位7岁儿童开始说“一样甜”(他用手作一一对应动作),但后来又补充说:

### 三、儿童的解题策略思想与教材的建构

1988年,我们进行了一次速算策略的临床测查。主试要求学生把 $3+4+5+6+7+8+9$ 这个算式改写为乘法算式。实验班学生有70%能正确解答,对比班只有10%的学生能解决这个问题。在策略上,对比班5名做对的学生自述的思考过程均为:“我把这七个数加起来是42,我再想几和几相乘是42,一想是 $6\times 7$ 等于42,所以这道题可以写成 $6\times 7$ 。”实验班学生一般的思路为:“我从9中取出3个给3,就合成两个6;从8中取出2个给4,也成两个6;再从7中取出1给5,这样又有两个6;再加原来的一个6,就成7个6。所以可以写成 $6\times 7$ 。”有的则先做 $3+9=12$ 、 $4+8=12$ 、 $5+7=12$ ,再写成 $12\times 3+6$ 或 $6\times 7$ 。从学生解答这类题所使用的策略中可以初步看到,实验班学生对数与数之间进行互补的思考能力比较强。这种思考方法可以从1988年的一次操作性测查中看得更清楚。实验者给学生呈现二行相等数量的棋子 $\begin{pmatrix} 0000 \\ 0000 \end{pmatrix}$ 要求学生使用各种方法(可以从外取二个棋子加在一行上,也可以从一行中取走二个,也可以从一行中移一个加到另一行),使二行棋子相差2。实验结果,采用一行上加二个的,实验班占97%,对比班占81.8%;从一行中取走二个的,实验班达到100%,对比班只达到72.7%。采用移动办法的,实验班占54%,对比班占30%。采用这种策略所要求的思维水平是比较高的。也就是说,学生要从绝对的加减(从一行上加或减)转入到相对加减,就要能思考到一行在加的同时蕴涵着另一行在减。儿童开始时是看不到这样一种稳定的相互依存关系的。要达到这样一个加与减之间的辩证的综合过程,儿童缺乏的是对立面的同一性,即一行的增加意味着另一行的减少。

以上所列举的这些临床测查结果可以告

“老师,我仔细想想,小红杯子里的水还是比小刚的甜那么一点点。”“为什么?”“因为小红是三杯桔子水呀”。可见,他在一一对应的操作水平上认为一样甜,但此时还受绝对数值的干扰(3杯和2杯),因此出现了疑惑。我们在实验中还发现,儿童在掌握某个概念前,他们会自己想出一些办法来解决问题。如我们问8—9岁的儿童:“甲、乙两人有同样多的糖块,如果甲给乙一块,那么乙比甲多几块?”7岁前的儿童一般总是很快地回答“给一块多一块,给二块多二块”,他们看不到其中的蕴含关系。8—9岁的儿童,一般总要问“甲、乙两人到底有几块糖。”“随便多少块,只要同样多”“那好吧!甲6块,乙也6块,甲给乙一块 $6-1=5$ ,乙拿到一块 $6+1=7$ 、 $7-5=2$ ,所以乙多2块。”思维水平高一点的儿童会说:“甲给乙一块,乙多2块,给2块多4块……甲是1、2、3、4……乙是2、4、6、8……”。思维水平更高的儿童能更概括地说乙比甲多几块,就是用甲给乙的块数乘以2,即 $X=2n$ 。儿童从这道题中概括出双倍差的概念,其思维过程是很复杂的。教育者应尽可能创造一个符合儿童认知发展过程的情境,使设置的情境能展示儿童在学习过程中产生的矛盾及其矛盾转化的条件,使儿童在矛盾的对立统一中加深对概念的理解和掌握。儿童对数学的学习过程也就是他建构数学结构的过程。儿童在学习数学过程中产生的矛盾的解决过程也就是其认知的内化(包括同化和顺应)过程。儿童通过对概念的应用与练习等实践活动使概念得到具体化(有的学者也称它为外化)。皮亚杰称这种过程为儿童的双重建构(有的学者把这一过程看作为儿童认识在学习过程中的两次飞跃)。我们认为,教材的建构应尽可能展示出儿童在认知数学概念过程中所产生的矛盾,展示出儿童认知数学概念的发生、发展过程,以利于儿童完成这种学习的双重建构。



性、自主性、创造性，在教学评价上，摈弃“唯书、唯上、唯分”的教条框框，提倡学生在国家总体要求的前提下充分展示自己的兴趣倾向，个性特长、怀疑精神、求异思维以及丰富的想象力、创造力。

4. 教育者要认识到他们并不总是教导者和影响者，受教育者也可以是主动的影响者。因为教育的社会化过程常常是双向的，即个体不仅仅被他人社会化，也在社会化着他人，受教育者的个性和行为既是教育者影响的结果，也是教育者本人个性和行为的影响因素之一。因此，应该把受教育者看成是接受影响和影响他人的主体。正如《学会生存》中所说的：“未来的学校必须把教育的对象变成自己教育自己的主体。受教育的人必须成为教育他自己的人，别人的教育必须成为这个自己的教育。”<sup>⑧</sup>我们应该把学生看成是一个大写的人，一个具有自主精神和

鲜明个性的主体。

#### 注：

① 转引自黄育馥：《人与社会——社会化问题在美国》，辽宁人民出版社1986年版，第5页

② 桂万宏等：《教育社会学》，天津人民出版社1987年版，第72页

③ Roiland Meighan: A sociology of Educating, Holt, Rinehart and Winston Ltd 1981, P207

④ 吴增芥：《西方个性心理理论简介》，载《外国心理学》1983年第1期

⑤ 《马克思恩格斯选集》第1卷，第273页

⑥ 《马克思恩格斯选集》第4卷，第321页

⑦ 转引自汪澍白：《毛泽东早期伦理思想初探》，载《求索》1983年第6期

⑧ 联合国教科文组织：《学会生存》，上海译文出版社1979年版，第219页。

(责任编辑 郭文安)

(上接第53页)

个体的思维发展过程，是一个从动作思维逐步过渡到具体形象思维，再发展到抽象逻辑思维的过程。小学生的主导思维的发展过程，是一个从具体形象思维逐步过渡到抽象逻辑思维的过程。作为主体学习的客体，数学又是一门高度抽象化、符号化、结构化的学科。那么如何使抽象的、逻辑性很强的客体作用主体，而且使之相互发生作用呢？一般来讲，在低年级，根据儿童的年龄特点，教材的建构和师生的双边教学活动要注意直观性、形象性和操作性，要在教学活动中尽可能使静态概念动态化、抽象概念形象化。从我们的几个实验中可以看出，在儿童思维从具体形象思维到抽象逻辑思维的过程中，表象起了很好的中介作用，也就是说，可以利用表象的中介作用来促进儿童的直观

形象思维向抽象逻辑思维发展的过程。我们认为，教材的建构也应考虑到这种中介作用，也就是说，要创设情境，让儿童在头脑中唤起形象。

〔参见《现代小学数学》第一册（修订本），第26、31页〕

此外，我们对儿童数学认知发展的快速期研究表明：

儿童数概念的稳定性在4—6岁发展较快，7岁以后趋于平缓；面积概念的稳定性则在7—8岁有较快的发展。教育者应根据此对儿童进行及时的、适当的教育和训练。《现代小学数学》实验教材还在数学思维的专项训练上作了初步尝试，六年实践表明，这种专项训练深得儿童喜爱，可以使他们变得更乐于思考，更善于思考，

(责任编辑 杨小微)