

探索道路上的十年

——“现代小学数学”教学实验*

张梅玲

(中国科学院心理研究所)

〔摘要〕 本文是对十年来的“现代小学数学”教学实验的初步总结。实验结果表明：1.把作为主体认识对象的客体(小学数学知识)的建构与对主体对客体认识的发展规律的研究有机地结合起来，这一研究小学生数学思维发展的总体设计是可行的、有效的；2.有意识地揭示小学数学知识内在的辩证关系以萌发小学生的辩证思维，不仅有必要，而且有可能；3.心理学研究人员与教学研究人员和广大教师相结合，是进行教学实验的一条比较理想的途径。

关键词：小学数学 部分与整体 辩证思维 建构

“现代小学数学”教学实验是一项以发展小学生数学能力为中心的小学数学教学实验。它既是一项小学数学教改实验，也是探索儿童数学思维的发展和促进的科研课题。它是在中科院心理所“儿童数学思维发展”课题组主持下，有心理学研究工作者和小学数学教学研究工作者及教师参加的一项协作性研究项目。从1981年起，这项教学实验已经过辽宁黑山北关实验学校一个教学班的探索阶段、1984年杭州上城区拱墅区的5所学校8个教学班的先行阶段及1985年以来面上的实验阶段。《现代小学数学》这套实验教材已经过试用本、修改本和实验本三次较大的修改，受到了全国中小学教材审定委员会小学数学学科审查委员会的审查，1990年被国家教委中小学教材办公室纳入九年制义务教育国家教委教材编写规划。目前这项教学实验在全国28个省、市、自治区约有4000个教学实验班。

一、目的

发展心理学既要研究儿童现有的发展水平，更要在“动态”中研究儿童发展的潜力，研究作为儿童认知对象的系统结构。为此，我们课题组早在70年代就对5~10岁儿童对数和形的部分与整体关系的认知特点进行了4个心理学临床实验⁽¹⁻⁴⁾和3个阶段性数学实验⁽⁵⁻⁷⁾。实验结果表明，揭示认识对象的内在规律有利于主体的认识活动。于是，我们提出了用以“1”为基础标准揭示小学数学中部分和整体的关系作为主线，并与教学研究人员和教师协作，来重新建构现行小学数学教学大纲中的知识内容(教材取名“现代小学数学”)的实验设想，并假设以此为主线建构起来的知识结构有利于塑造儿童良好的认知结构，有利于开发儿童的智能。“现代小学数学”教学实验正是为了验证这个假设，并在此基础上进一步研究知识结构、认知结构及解决问题之间的关系和儿童数学思维发展的特点及促进其发展的条件等课题。这样，心理学工作者在开发人类智能的系统中，不仅可以对教育事业、对培养符合时代要

*本文作者在撰写过程中参阅了本课题组和协作组成员的一些文章，并选用了一些基层实验学校所提供的实验资料。

求的人才作出自己的贡献,而且可以在研究的实践中使心理学本身也得到更好的发展,以便更有效地贯彻科研与实践相结合并为实践服务的科研方针。

二、方法

为了使这项教育实验具有科学性,在实验设计方面,我们以辩证唯物主义为指导,着重考虑了以下几个方面的问题:

(一)在总体设计上,我们把对主体认识对象的客体的建构(小学数学知识内容)和对主体对客体认识的发展规律的研究有机地结合起来。

1. 建构知识的主线。我们建构小学数学知识内容的主线是:以“1”为基础标准揭示小学数学中部分和整体的关系。实验教材循着“1”这条发展线索把整数、分数、百分数、比值等概念基本上构建在一个系统之中,并用“1”去说明它们之间的内在联系和层次之间的过程。

部分和整体的关系是自然辩证法中的一个基本问题,也是小学数学中的一个基本数学关系。培养儿童从部分和整体的关系上去认识数量关系和空间关系的能力,这对儿童对数概念的掌握及其运算能力的发展,对数量关系的分析及空间关系的认识和理解,对其解决数学问题的能力等均起着重要的作用。

2. 建构知识的原则和特点。为了在教学中有效地发展学生的数学能力,我们在组织教学内容时贯彻了以下原则和特点:

- (1) “抓基础,促迁移”,使学生从学会转化到会学。
- (2) 寓辩证法于小学数学,萌发小学生的辩证思维。
- (3) 寓教法于教材,增加学生在教学过程中的参与度。
- (4) 抓训练,促发展,使学生在掌握知识的同时促进自己智能的发展。

(二)在实验的进程上,我们把探索性实验(1981—1984年)、先行性实验(1984—1989年)和面上的扩大实验(从1985年开始至今)有机地结合起来,使之成为一个整体。

(三)在实验测查方面,我们采用了多种方法相结合的办法。对实验班的测查采用了面与点相结合的方法,面上的测查有统一的知识卷和能力卷。点(用分层随机取样)上的实验班的测查采用:1.自然教学实验和心理学临床实验相结合(采用问卷测查、口头报告、操作观察和社会调查等多种方法);2.纵向与横向相结合(纵向的追踪研究和横断面的取样测查);3.平行比较和常模比较相结合;4.连续实验、反复验证。

我们采用了两种办法来解决测查的信度和效度问题:一是使用现有的数学能力测查方面的题,二是使用相关法得出自测题的信度和效度。

三、结果

(一)学生对数学知识的掌握情况

表1是杭州5个学校8个先行班于1989年6月进行验收测验的成绩。这次测验属常模参照性测验,验收测验试卷为小学数学标准化考试协作小组1988年编制的“小学数学毕业考试试题”。该测验经过28个省、市、自治区部分学校数万名学生预测,并制定出成绩的常模(平均分为74.19,标准差为11.57)。杭州8个先行班级的平均分分别比常模平均分高出13.01、6.51、1.81、7.81、15.61、15.01、4.91、2.31分。这个结果表明,实验班学生对数学知识的掌握是能达到教学大纲要求的。

表 1 杭州先行班验收测验成绩

学 校	班 级	人 数	平均分	标准差	90分以上人数	不及格人数	两极分数
胜利小学	五(1)	49	87.2	10.03	28	1	100~54
	五(2)	50	80.7	10.87	12	2	100~55
天长小学	五(1)	46	76.0	11.96	6	3	96~43
饮马井巷小学	五(1)	46	82.0	11.67	12	2	98~46
小营小学	五(2)	40	89.8	8.93	26	1	100~57
	五(3)	38	89.2	10.77	24	0	100~61
卖鱼桥小学	五(1)	39	79.1	12.37	6	2	94~29
	五(2)	39	76.5	12.38	4	2	100~34

表 2 福建闽侯县实验班测查成绩

年 级	班 级	N	\bar{X}	S	Z	P
一	实 验	94	86.7	9.1	0.25	>0.05
	普 通	103	86.4	9.7		
三	实 验	89	85.2	10.2	0.06	>0.05
	普 通	68	85.3	12.0		
五	实 验	90	90.8	8.09	6.08	<0.01
	普 通	170	83.8	10.1		

表 2 是福建闽侯县实验班一、三、五年级使用县里统一的年段过关统一验收卷的测查成绩。从表 2 中可以看出，一、三年级实验班的成绩与普通班的成绩相近，即都达到年级应掌握知识的基本要求。随着年级的增高和能力的逐步形成，到五年级时实验班的成绩明显优于普通班。

(二) 学生数学能力的发展情况

学生数学能力的发展情况可以从三个方面来考查：一是书面测查卷成绩；二是心理学临床测查结果；三是实验班学生参加各种数学竞赛的获奖情况。

1. 数学能力的书面测查结果

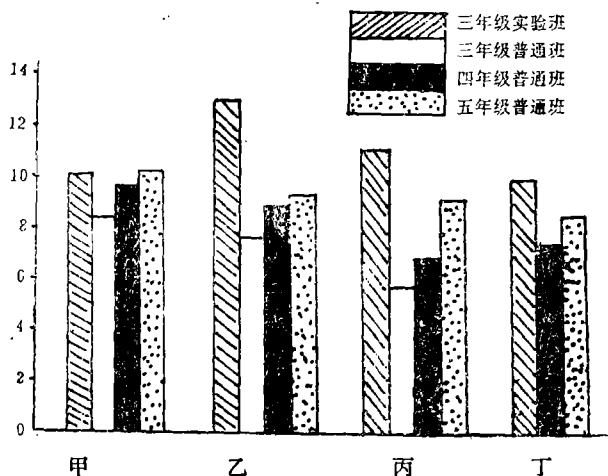
天津市河西区1985年开设的13个实验班1990年4月在数学能力方面按照中央教科所数学能力测查第六套评分标准进行了测查。全套题满分为70分。从整体得分统计来看，六年级普通班平均成绩为35.04分；五年级实验班为38.85分；高出普通班3.81分。按照这套测查题的理论常态曲线下的面积比的常模标准(按五级划分)，五年级实验班与六年级普通班的比较见表3。

表 3 天津市河西区数学能力调查比较

等级(分数标准)	五年级实验班 (560人)		六年级普通班 (356人)		理论常态曲线下的 面积比(%)
	人 数	百分比	人 数	百分比	
优(54.97以上)	46	8	18	5	7
中上(40.60以上)	194	35	85	24	24
中(28.22以上)	207	37	146	41	38
中下(14.85以上)	105	19	95	27	24
差(1.48以上)	8	1	12	3	7

从表3可以看出,五年级实验班学生数学能力优和中上的占43%,而六年级普通班仅占29%,相差14个百分点;属中下和差的等级的五年级实验班占20%,而六年级普通班则占31%。由此可见,实验班学生数学能力调查的成绩高于比其高一个年級的六年级普通班学生。

图1是1988年北京四个类型的实验班学生数学能力调查的结果。为了考查出实验教材对学生数学能力的发展的促进情况,所选择的对比对象为三个年级组,即和实验班学生同一年级的三年级学生及比其高的四年级和五年级普通班学生。



*丁校三年级普通班因故没有参加调查

图1:北京四个实验学校1988年数学能力调查的比较

图1表明,实验班三年级学生数学能力调查的成绩,不仅远远超出同一年级的普通班学生,而且还接近或超过比其高一、二个年級的四、五年级普通班学生(除甲校三年级和四、五年级组、丁校三年级和五年级组差异没有达到显著水平外,其他8个对比组差异均达到显著水平)。图1还表明,实验教材的知识结构对不同水平的学校学生的数学能力均能起到促进作用。

2. 心理学临床调查结果

表 4

几何积木拼合的操作性实验结果比较

		组平均解 题时间 (秒)	正确解题 人数的百 分比	解 题 策 略		
				感知水平(看 一块摆一块) (%)	概念水平(从 三角形对顶 角)(%)	互通水平(从 前一图逆过 来)(%)
1984年实验	实验班(30人)	39"3	100	3	43	53
	对比班(30人)	69"	90	34	40	25
1987年实验	实验班(30人)	42"8	96	10	41	48
	对比班(30人)	65"	90	22	52	26
1988年实验	实验班(29人)	45"4	93	7	48	44
	对比班(27人)	76"5	88	21	50	29

表 5 相对加减思考能力测查结果比较

	设法使相等的二行 珠子相差 2		
	一行上添 2 个 (%)	从一行中取出 二个(%)	从一行中移动一个 到另一行(%)
实验班(30人)	97	100	54
对比班(30人)	82	73	30

表4、表5是部分测查结果，从结果可以看到实验班学生在可逆性、相对性思维能力上确实比同龄人强。

3. 实验班学生参加数学竞赛的情况

各地的实验报告都提到实验班学生在该地区各种数学竞赛中很有竞争力，成绩都比较突出。本文只能例举一部分情况。

北京西城区1988年从全区94所小学中推选了1000名四年级小学生参加区里的奥林匹克学校考试，在1000名中录取400名(考分要在50分以上)。西城区三个学校三个实验班119名学生中，考分达到50分的就有98名(占82%)，有9名四年级实验班学生还考上五年级奥林匹克学校。北京石景山区1988年12月举行四年级数学竞赛，在18名一、二、三等奖获奖者中，古城二小的实验班占了12名(第一、二、三名均为实验班学生)。老师们兴奋地说：“实验班学生在数学竞赛中看到了自己的优势。”北京东城区府学胡同小学四年级有两个实验班，共有49人参加1990年东城区奥林匹克学校考试，其中40人被录取，占东城区四年级总招生人数的三分之一。

福建省闽侯县实验班学生参加1990年福州市小学生“迎春杯”数学竞赛，实验班学生获五年级组一、二、三等奖各一名(福州地区一等奖共5名)。1991年福州市小学生“迎春杯”数学竞赛实验班4名学生获奖(占全县获奖人数的三分之一)。福建省第二届“小火炬杯”小学数

邀请赛,根据初赛成绩,全县选拔30名人参加决赛,实验班有13人入选。在决赛中,实验班学生有一人获二等奖,三人获三等奖,这是县级学校参赛的较好成绩。

四、讨论

(一)认知心理学派认为,学习是认知结构的组织与重新组织,他们既强调已有知识经验(即原有的认知结构)的作用,也强调学习材料本身的内在逻辑结构的重要性。对知识系统建构的研究,是当代认知心理学家们感兴趣的领域之一,也是认知心理学研究的一个主要趋势(Gelman,1982)⁽⁸⁾。我们课题组提出:“以‘1’为基础标准揭示小学数学中部分和整体的关系”为主线,与小学数学教学研究人员和教师协作,从重新组建小学数学教材的知识结构着手,来研究儿童数学思维的发展。十年的探索性研究,不论是面上的问卷测查结果,还是点上的临床测查,都表明这一条建构教材内容的主线是反映了小学数学中数量关系和空间关系的内在本质联系,揭示认识对象的内在联系,有利于主体的认识发展⁽⁹⁾。《现代小学数学》把数学知识中有序系统(知识之间的纵向联系)的梯级结构和具有知识点之间内在联系(知识之间的横向比较)的网络结构有机地结合起来,成为一套主线明朗的、纵横交错的知识网。学生掌握了知识网,就能从整体上把握知识体系,而这能促进学生数学思维的发展。我们从一系列心理学临床测查结果(表4、表5)都可以看出,一个合理的知识结构有利于主体塑造良好的认知结构,而主体良好的认知结构又有利于主体在解决问题时策略的选择。

(二)寓辩证法于小学数学,是《现代小学数学》实验教材特点之一。辩证思维是人类思维的最高形态。在人类思维发展过程中,形式逻辑思维和辩证思维都是十分重要的⁽¹⁰⁾。今天的教育是培养二十一世纪人才的,这种人才在哲学、语言和数学上都需要有一定的素养和训练。

客观世界是相互联系的、充满着矛盾的统一体。它本身按照辩证法的规律发展着。研究客观世界中的数量关系和空间形式的数学,也必然反映客观世界的辩证规律。数学本身充满着辩证的内容。我们只是把小学数学内容中一些辩证的关系有意识地揭示出来,对小学生进行一些辩证思维的启蒙教育。教学实践表明,对小学生进行辩证思维的启蒙,不仅有必要,而且也是可能的。实验班学生在解决数学问题时,能较好地把握问题的整体,看到事物之间的内在联系。

表5的结果表明,实验班学生应用移动的策略使二行珠子相差2的占54%,比对比班高出24个百分点。他们要应用移动的策略,就必须把握整体,意识到从上一行上移走一颗珠子本身就蕴含着下一行已经比上一行多了一颗珠子。儿童对这种蕴含关系的理解,意味着儿童的思维已经从绝对加减发展到了相对加减,而这是儿童思维发展过程中的一个质的变化。如何结合小学数学内容自然地渗透辩证思想?小学生辩证思维启蒙教育的特点和规律是什么?这些问题均有待进一步研究。

(三)数学思维是70年代以来数学研究工作者和心理学工作者感兴趣的一个研究课题。苏联数学家A.Я.辛钦指出,数学思维的特点是推理的逻辑结构占绝对优势、思路简洁、符号精密准确的分解论证过程精确。A.A.斯托利亚尔则把数学思维发展水平分为五个等级⁽¹¹⁾。我认为,数学思维是从数和形来认识事物和事物间相互关系的科学思维方式,它主要包括对数与形的概括和推理能力以及可逆、互补、补偿、相对、关联、对应和转换等思维形式⁽¹²⁾。我们的实验教材,除了注重知识发生过程、结论推导过程和解题思考过程外,还有计划地安

排了一系列数量关系、空间关系的专门训练。实验班学生在数学能力测查中,不仅成绩能超过同年级普通班学生,而且还能达到比他们高一个或二个年级的普通班学生的水平。他们还能在各种数学竞赛中占一定的优势。这些都是与实验教材重视数学思维训练这一点分不开的。据实验班老师反映,学生非常喜欢上这类思维训练课,他们感到思考是一种愉快。实验结果表明,数学思维的训练是有效的,是学生所喜欢的。但数学思维训练的序列、小学生数学思维发展的特点及促进小学生数学思维发展的条件等问题还有待研究。

五、小结

(一)用“以‘1’为基础标准揭示小学数学中部分和整体的关系”作为主线建构起来的《现代小学数学》的知识结构,有利于小学生塑造良好的认知结构,让孩子们变得更加聪明些。

(二)寓辩证法于小学数学,萌发小学生辩证思维,不仅有必要,而且有可能。

(三)数学思维的训练不仅有利于小学生数学知识的学习,而且能促进小学生数学思维的发展,培养他们学习数学的兴趣和爱好思考的习惯。

(四)研究工作要有一个结构合理的协作组织和一支有一定业务素养的教师队伍,这两支力量的结合是开展教育实验工作的必要条件之一。

参考文献

- (1) 张梅玲:关于儿童对部分与整体关系认知发展的实验研究: I4~7岁儿童类和数的包含,心理学报,1980年第1期。
- (2) 林嘉绥:关于儿童对部分与整体关系认知发展的实验研究: II4~7岁儿童数的组成和分解,心理学报,1980年第2期。
- (3) 何纪全、刘静和等:关于儿童对部分与整体关系认知发展的实验研究——4~7岁儿童几何图形认知发展,心理学报,1983年第1期。
- (4) 张梅玲、王宪钿等:5~10岁儿童分数概念的认知发展,心理科学通讯,1983年第3期。
- (5) 张梅玲、刘静和等:幼儿百以内数的促进,心理科学通讯,1982年第4期。
- (6) 何纪全:6~7岁儿童用非除法运算解答包含除法的实验,心理学报,1982年第1期。
- (7) 王宪钿、张梅玲等:分数概念形成的教学实验,儿童心理与教育心理,1980年第2期。
- (8) Gelman, R., Recent trends in cognitive development, a lecture in the 1982 G. Stanley Hall Lecture Series at the annual meeting of the American Psychological Association, Washington, D.C. 145-146, 1982.
- (9) 刘静和、王宪钿等:儿童在数及数学上部分与整体关系认识的发展,心理学报,1982年第3期。
- (10) 朱智贤、林崇德:《思维发展心理学》,北京师范大学出版社,1986年。
- (11) [苏]N.M.弗利德曼:《中小小学数学教学心理学原理》,北京师范大学出版社,1987年。
- (12) Zhang Meiling and Liu Jinghe, An experiment to promote the development of children's mathematical thinking, Applied Psychology: An International Review, 1991, 40(1)27-35.

English Abstracts

A STUDY OF MENTALLY RETARDED SCHOOL-AGE CHILDREN'S LANGUAGE DEVELOPMENT

Hua Hongqin

(College of Liberal Arts, Shanghai University)

Zhu Manshu

(East China Normal University)

The present study, with the aid of three tests, was designed to examine the language development of mentally retarded school-age children. The findings indicate that the process and law of mentally retarded children's language development are similar to those of normal children, and follow the general patterns of normal development. Their language development, however, is extremely slow and lags far behind that of normal children, even when the mental age is matched. In terms of the use of language, mentally retarded children are qualitatively different from normal ones.

Key words, Retarded children, PPVT, Understanding of sentence, Language production.

A STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF IMPLICIT LEARNING: ADVANTAGES IN SELECTIVE CAPABILITY, POTENTIALITY, AND DENSITY OF TRANSMISSION AND STORAGE

Yang Zhiliang, Ye Gewei

(East China Normal University)

This is a study of the three major characteristics (i.e. high selective capability, poten-

tiality and density of transmission and storage) of implicit learning under conditions of extensive training and accurate feedback within the category of image features of social cognition. The experiment adopted a new method to measure implicit and explicit learning, the subjects were trained in classifying pictures in accordance with their composite characteristics including frontal/profile postures (salient dimension) and attractive/ugly looks (non-salient dimension). The results indicated, 1) with respect to the non-salient dimension, the implicit subjects were found to have a regular bottom-level shift greater and more obvious than that of the explicit subjects, and a greater selective capability as well, 2) the implicit subjects displayed a higher potentiality for tacit knowledge, 3) the processing on the basis of information theory revealed the great density and efficiency of transmission and storage of tacit knowledge.

Key words, Implicit learning, Explicit learning, Selective capability, Advanced potential, Social cognition.

A DECADE ON THE ROAD OF EXPLORATION -- A TEACHING EXPERIMENT ON "MODERN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS"

Zhang Meiling

(Institute of Psychology, Academia Sinica)

This paper is a summary of a ten-year teaching experiment on "Modern Primary School Mathematics". The results of the experiment showed, 1) this experiment not only pro-

moted the development of the pupils' mathematical abilities, but also represented a preliminary research on the theory concerning the relationship between the structure of knowledge and the structure of cognition, and on fostering dialectical thinking in children, 2) the cooperation of a working group of psychologists, educators, and teachers is an important condition for conducting teaching experiment.

Key words, Mathematics in primary school, Part and whole, The construction of dialectical thinking.

THE SEMANTIC DIFFERENTIAL PLACEMENT OF ATTRIBUTIONS AND DIMENSIONS IN FOUR DIFFERENT GROUPS OF CHINESE SUBJECTS

Guo Dejun, Zhang Biyin

(Department of Psychology, Beijing Normal University)

The purpose of our study was to validate Chinese subjects' classification of 10 attributions (mood, skill, knowledge, chance, effort help, ability, task, bias, luck) according to dimensions of locus, stability, controllability, predictability and globality, and compare it with the results obtained from American subjects by Chandler and Spies in 1980. The results showed that the agreement of classification between the Chinese and American subjects was 62%. In addition, none of the attributions were rated at the extremes of the five dimensions (i.e. rated at 1.0-2.0 or 6.0-7.0).

Key words, Attribution, Dimension, Classification.

WISC-CR STABILITY OF IQs AND INTELLECTUAL STRUCTURE FOR LEARNING-DIFFICULT AND NORMAL CHILDREN ACROSS TIME

Cheng Zaohuo, Liu Shaowen, Gong Yiaoxian

(Hunan Medical University)

This study examined the temporal stability of WISC-CR IQs and intellectual structure for learning-difficult ($N=26$) and normal children ($N=26$). All the subjects received two administrations over a time interval of 1.5--2 years. Pearson product-moment correlations showed that IQs coefficients of the learning-difficult children ($r=0.71-0.82$) were higher than those of the normal ones. Coefficient of categories was the lowest for the learning-difficult children, while coefficient of verbal conceptualization was the lowest for the normal children, and the other three factors had moderate correlations. The t-test analysis revealed that the PIQ and spatial categories tended to increase and the VIQ decrease for learning-difficult children, while the IQs and spatial categories tended to increase for the normal children. These results suggest that WISC-CR IQs and intellectual structure may be extremely stable for the learning-difficult and normal children.

Key words, Learning-difficult children, Intellectual structure, Stability.

MORE ON THE SPATIAL CONCEPT BASIC LINE IN CHILDREN'S DRAWING

Wang Minghui

(Changsha Normal School, Hunan)

In 1988, I published the article "on the Question of spatial Concept Basic Line in 3-6-year-old Children's Drawing" (Information on Psychological Sciences, NO.3). This paper confirms the preliminary conclusion arrived at in the above-mentioned article. At the same time, it expounds the concrete process of the development of the spatial concept basic line in children's drawing.

Key words, Children's drawing, Spatial concept basic line, Spatial image, Representation, Schema.