

## 两种数量表征系统\*

王乃弋<sup>1,3,4</sup> 罗跃嘉<sup>2,3</sup> 李红<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 西南大学心理学院, 重庆, 400715) (<sup>2</sup> 北京师范大学认知神经科学与学习国家重点实验室, 100875)

(<sup>3</sup> 中国科学院心理健康重点实验室, 100101) (<sup>4</sup> MPI for Human Cognitive and Brain Sciences, Leipzig, Germany)

**摘要** 数量表征是人类数学能力的基础,数量表征研究中的一个争论焦点在于是否存在两种不同的数量表征系统:对小数的精确表征系统和对大数的近似表征系统。通过综述不同研究领域对数量表征的研究,总结了支持两种表征系统分离的证据:对1~3范围内小数的表征受数量大小的限制,基于指向物体本身的注意,更依赖于物体的知觉特征,对物体及其数量进行精确表征;而对4以上的数量的近似表征系统则受韦伯定律的限制,基于指向数量的模拟幅度的表征,而不依赖单个物体的知觉特征,是对数量的近似的、心理的表征。fMRI、PET和ERP的脑成像研究结果迄今尚无定论,但认知神经科学研究的深入开展将最终阐明数量表征的机制。

**关键词** 数量表征,精确表征系统,“感数”,近似表征系统,空间注意。

**分类号** B842

数学能力是人类重要的高级认知能力,而对数量的表征则是获得数的概念以及发展更高级的数学能力的基础。数量表征系统如何进化而来,在人的的一生中又如何发展?作为一种基础的认知过程,数量表征有何特点?其神经机制是什么?数量表征如何促进数概念的发展?这些问题长期以来一直吸引着心理学家和神经科学家的注意。其中一个特别有趣的问题是关于是否存在两种不同数量表征系统:对小数(自然数1~3或4)的精确表征(precise representation)系统和对大数( $\geq 4$ 的自然数)的近似表征(approximate representation)或模拟幅度表征(analog magnitude representation)系统。

早在1949年,Kaufman等人<sup>[1]</sup>就提出了“感数”(“subitizing”)这一概念,用来表示成人对小数快速而准确的表征,其依据是在觉察1~3个点组成的点阵列(dot arrays)中点的数量时其反应时很短,反应时随数量的变化很小(每个项目增加

50~80ms),且基本没有错误发生;而在觉察3或4个以上点的数量(“计数”)时反应时迅速增加(每个项目增加200ms)<sup>[2,3]</sup>,反应时和正确率都呈现出伴随数量增加的线形变化。在此基础上,Piazza等<sup>[4]</sup>指出在“感数”与“计数”范围内,反应时和正确率随数量的变化是不连续的,反映了“感数”与“计数”是本质不同的过程。为了从个体发生学和种系发生学的角度了解数量表征能力的起源及实质,对婴儿<sup>[5-7]</sup>和动物<sup>[8,9]</sup>的行为研究发现不具备语言能力的婴儿和猴子也具有与成人的“感数”系统类似的小数精确表征系统;同时,研究证明成人<sup>[10,11]</sup>、婴儿<sup>[12]</sup>和一些动物<sup>[13,14]</sup>具有相同的大数近似表征系统。在此基础上,Hauser和Spelke<sup>[15]</sup>及Feigenson等<sup>[16]</sup>提出对小数的精确表征系统和对大数的近似表征系统是构成人类数量表征的基础的两个核心系统。数量表征机制决定了数概念获得的机制,尽管研究者从实验心理学、发展心理学、动物行为学、脑成像等不同角度探讨数量表征的机制,了解了数量表征系统的一些重要特征,但对于是否存在“感数”系统仍然没有达成共识。

### 1 成人的数量表征

当成人看见一个数量很多的物体集合时,如果不用口头记数无法在短时间内说出其准确数量,这

收稿日期:2006-01-10

\* 国家自然科学基金项目(30370488, 30325026),教育部重点基金项目。

通讯作者:罗跃嘉, E-mail: luoyj@bnu.edu.cn

李红, E-mail: lihong1@swu.edu.cn

时成人表征物体的近似数量。这种近似表征系统遵守韦伯定律 (Weber's Law), 表现在当比较两个大数量时, 反应时和正确率与两个数量之间的比率相关: 两数的比率越大, 反应时越小, 正确率越高<sup>[10]</sup>。进一步的实验还证明该系统不受项目类型和感觉通道的影响。成人能够对不同类型的项目序列, 包括较多数量的动作序列<sup>[11]</sup>、声音和闪光序列<sup>[17]</sup>, 以及视空间序列 (visual-spatial arrays)<sup>[10,17]</sup>进行近似数量表征。而且通过不同感觉通道 (视觉的或听觉的) 的大数表征均服从韦伯定律。这些结果说明成人对大数的表征是基于数量的模拟幅度 (analog magnitude), 而不是绝对数量, 两个数量大小越接近, 噪音就越大, 从而使表征的难度增大。

与此相对, 当成人在估计 1~3 个物体的数量时, 其反应时很短且随数量变化很小, 如前所述, 这个数量表征过程被称为“感数”, 提示对小数的表征依赖于对项目的直接感知。但是对于“感数”范围内反应时的功能却存在争论。尽管有研究者<sup>[7]</sup>认为“感数”与“计数”范围内反应时随数量的变化不连续, 反映了“感数”与“计数”的不同本质, 但是 Balakrishnan 和 Ashby<sup>[18]</sup>在对大量行为结果统计的基础上指出在小数和大数范围内数量表征的反应时的不连续性不存在统计上的显著性。Gallistel 等<sup>[19]</sup>也对反应时的不连续性提出质疑, 指出从数量 1 到 2 反应时大约增加 30ms, 从 2 到 3 增加 80ms, 而从 3 到 4 增加 200ms。从数量 1 到 4 增加的反应时大约是 300ms, 达到了表征 1 个项目的反应时间的一半, 说明反应时在 1~3 内增加的幅度并不小, 而且从 2 到 3 增加的反应时总是比从 1 到 2 增加的反应时大。他们认为尽管在 1~3 范围内反应时随数量增大的增长较慢, 但仍然保持着增长的趋势, 反应时曲线既非平直也非线形递增, 并不支持“感数”依赖于直接感知而独立于近似数量表征系统, 即“感数”系统是不存在的。

关于反应时连续性的争论可以从另一个角度来解释。Santee 等<sup>[20]</sup>在视觉搜索任务中发现, 当刺激以很短的时间 (几百毫秒以内) 呈现时, 正确率比反应时更具有有一致性。他们假设正确率对目标刺激和干扰项之间的早期的知觉冲突敏感, 而反应时则对较晚的反应冲突敏感。Prinzmental 等<sup>[21]</sup>也指出在注意搜索过程中使用反应时和正确率作为指标可能产生不同的结果。因此在表征 1~3 范围内与表征 4 以上范围内的数量时反应时的变化是否具有连

续性或许并不适合用作判断两种数量表征系统的实质是否相同的标准。

对于“感数”的本质研究者提出了各种假设。Mandler 和 Shebo<sup>[2]</sup>假设“感数”的基础是对熟悉模式的识别, 因为 1~4 个点总是能形成熟悉的形状: 两个点形成一条线, 三个点形成三角形, 四个点形成四边形。Cowan<sup>[22]</sup>认为“感数”只对小数组作用反映了短时记忆系统的能力有限。Trick 和 Pylyshyn<sup>[3]</sup>假设“感数”是基于有限的前注意平行加工 (parallel processing); 而“计数”则是基于空间注意的串行加工 (serial processing), 并提示是否需要空间注意的参与可能是区分“感数”与“计数”的关键因素。但 Gelman 等<sup>[19]</sup>则反对两种数量表征系统的划分, 他们认为所谓的“感数”只是一种快速的数量表征, 其实质仍然是对数量的模拟幅度表征, 因为小数特别简单, 因而在对表征的提取过程中速度更快, 正确率更高。他们指出数量表征的基础是唯一的, 即对数量的模拟幅度表征。

脑成像研究的结果为两种数量表征系统的争论提供了更为直接的证据。一方面, Sathian 等<sup>[23]</sup>的 PET 研究报告“感数”激活了枕叶的外纹状皮质区, 而“计数”则激活了广泛的脑区, 包括与视觉注意转移有关的多个脑区——双侧顶上回和右侧额下回, 支持了前注意视觉加工和视觉注意转移的加工过程的分离, 即“感数”系统的独立存在。Piazza 等<sup>[4]</sup>的 fMRI 研究发现与注意相关的后顶叶和额叶在对 4 以上的数量命名时激活程度剧烈增加, 而在对 4 以下的数量命名时则没有激活的增加, 提示两种数量表征系统区别的实质在于前注意的平行加工和注意的串行加工的区别。最近 Luo, Nan 等<sup>[24,25]</sup>的 ERP 研究提供了与此一致的证据。他们在数量表征任务中加入分心变量 (目标刺激是 1~6 个矩形图形, 分心刺激是不同数量的圆形, 将目标刺激和分心刺激随机混合后一起呈现), 被试的任务是判断目标刺激数量的奇偶性。结果发现分心刺激对 4~6 范围内数量加工的正确率的影响明显大于 1~3 范围, 表明对大数的表征比对小数的表征更依赖于空间注意, 支持“感数”系统与“计数”系统的分离, 而是否包含空间注意的加工可以看作区分“感数”与“计数”的标志。

另一方面, 针对两种数量表征系统的神经基础的研究<sup>[26,27]</sup>较一致地发现大数近似表征系统的神经基础在顶内沟的双侧横向部分 (bilateral

horizontal segment of the IPS, HIPS); 而关于“感数”的神经基础的实验证据却远远少于心理表征系统。一些脑成像研究不支持两种数量表征系统有分离的神经基础。如 Piazza 等<sup>[4]</sup>的研究采用颜色命名任务作为控制任务来与数量命名的任务对比, 结果发现没有任何脑区在对“感数”范围的数量命名时比对颜色命名时激活更强。作者认为这可能反映了“感数”是一种基本的、高度自动化的加工过程, 它无论在加工一个或多个视觉刺激时都会被卷入, 因而很难找到该系统独有的神经基础。他们的另一个 PET 研究<sup>[28]</sup>发现对小数和大数据的表征任务同样引起了枕叶中部的纹状区和 IPS 的激活。类似地, Nan 等的研究<sup>[25]</sup>也表明尽管感数与计数是本质不同的加工过程, 但却具有共同的神经基础——下顶叶区(靠近 precuneus)。

## 2 婴儿的数量表征

目前对婴儿数量表征能力的研究主要有四种范式: 习惯化范式 (habituation time paradigm; 也称注视偏向范式, preferential looking method)<sup>[5-7,12]</sup>、期望违背范式 (expectancy-violation paradigm)<sup>[7,29]</sup>、二盒选择范式 (two-box choice paradigm)<sup>[30]</sup>以及动手搜索范式 (manual search paradigm)<sup>[31]</sup>。大量行为研究提示婴儿有两种不同的数量表征系统。Xu 等<sup>[5]</sup>采用习惯化范式测验 6 个月婴儿对数量 8 和 16 的辨别能力, 实验严格控制非数量的连续变量, 包括平衡两种数量的点阵列的总表面积 (surface area)、单个点的大小、点阵列的总周长 (contour length)、密度等知觉特征。结果婴儿对新奇数目的点阵列注视的时间更长, 表明他们能够辨别数量 8 和 16。该系列实验进一步揭示婴儿对数量的辨别能力受韦伯定律限制, 6 个月大的婴儿能够区分比率为 1 : 2 的点阵列 (8 和 16 个, 16 和 32 个点), 但不能区分比率为 2 : 3 的点阵列 (8 和 12 个, 16 和 24 个点), 表明该系统基于近似的而不是精确的数量表征。并且婴儿的这种近似数量表征能力不受感觉通道和刺激形式的影响, 比如 Lipton 和 Spelke<sup>[32]</sup>使用由自然声音组成的声音序列 (8 个音和 16 个音) 来代替视觉呈现的点, 发现 6 个月和 9 个月的婴儿表现出视觉实验中相同的规律。另外, 婴儿对数量的近似表征能力具有发展特征, 6 个月的婴儿只能区分比率为 1 : 2 的数量, 但 10 个月的婴儿就能够区分比率为 2 : 3 的数量了<sup>[33]</sup>,

而成人则能够区分比率精确到 7 : 8 的数量<sup>[10]</sup>。

另一方面, 婴儿表现出对小数的准确表征能力。这种表征不受韦伯定律限制, 而受物体数量大小的限制 (上限为 3)。如 Wynn<sup>[29]</sup>采用期望违背范式发现 5 个月龄婴儿对错误的结果 (1+1=1) 比对正确的结果 (1+1=2) 注视的时间更长, 表明他们能够区分 1 个和 2 个玩具。该研究进一步证明了婴儿能够进行 3 个物体之内的加减运算。但当物体的数目超过 3 时, 婴儿不能正确地表征其数量。Feigenson 等<sup>[30]</sup>采用二盒选择范式, 让 10 个月和 12 个月婴儿在两个装有不同数量的饼干的桶之间自由选择, 结果当两个桶的饼干数为 1 和 2、2 和 3 时, 婴儿选择饼干数量更多的桶; 而当两个桶饼干数为 3 和 4、2 和 4 以及 3 和 6 时, 婴儿选择两个桶的几率相等。类似地采用习惯化范式发现婴儿能够区分数量 2 和 3, 但不能区分数量 4 和 6, 尽管这两组数量具有相同的比率。在动手搜索范式的研究中<sup>[31]</sup>, 婴儿看见乒乓球被逐个放进一个不透明的盒子里, 然后让婴儿去搜索盒子取出乒乓球。当乒乓球的数量为 1 至 3 时, 14 个月婴儿的搜索行为与球的数量一致; 而当球的数量为 4 时, 婴儿在取出 2 个乒乓球后即停止了搜索, 表明他们不能正确表征数量 4。该实验进一步控制了可能与球的数量混淆的连续变量——球的大小, 结果证明婴儿的搜索行为不是基于连续变量, 而是基于乒乓球的准确数量。

然而婴儿能够准确表征小数的能力随即受到置疑, 因为随后的一系列实验发现当控制了物体的连续变量 (如单个物体的周长、面积、单个刺激的持续时间等知觉特征变量) 时, 婴儿根据连续变量而不是数量进行反应。如 Feigenson 等<sup>[30]</sup>的二盒选择任务实验改变了饼干的大小, 使 1 块饼干的表面积比 2 块饼干的总表面积更大或者相等, 结果在前一种条件下, 婴儿选择 1 块面积更大的饼干; 在后一种条件下, 婴儿选择 1 块饼干和 2 块饼干的几率相等。这说明婴儿选择的依据是饼干的总量 (总面积), 而不是饼干的块数。Clearfield 等<sup>[6]</sup>采用视觉习惯化任务测验 6 个月和 8 个月婴儿区分 2 个和 3 个黑色正方形的能力。测试刺激要么与习惯化的刺激数量相同但总周长不同, 要么与习惯化的刺激数量不同但总周长相同。婴儿只对总周长不同的测试刺激去习惯化, 而对数目不同的测试刺激则没有表现出去习惯化。作者推论婴儿反应的基础是刺激的

总周长或其他连续变量，而非刺激的数量。Feigenson 等<sup>[7]</sup>采用习惯化范式和期望违背范式的一系列实验也证明婴儿反应的基础是刺激的正面表面积 (frontal surface area) 而不是数量。

那么应该怎样解释婴儿不能辨别控制了连续变量的少量刺激 (1~3 个) 的数量呢? 一种可能的解释是与成人的“感数”与“计数”过程相似, 婴儿对小数的表征是“感数”或“物体追踪” (object tracking) 系统<sup>[3]</sup>, 它基于指向物体本身的注意 (object-directed attention)<sup>[34]</sup>, 因而对物体的连续变量敏感; 而对大数的表征则是模拟幅度的表征<sup>[35]</sup>, 只受数量间比率的限制。另一种类似的解释是“物体文件表征” (object-file representation) 是小数范围内数量表征的基础<sup>[30]</sup>。所谓的“物体文件”就是物体的标签, 用来指代单个物体, 包含了其大小、形状等各种知觉特征, 同时隐含了其数量特征, 人和动物通过将实际物体与其头脑中的物体文件一一对应来辨别物体数量。因为小数范围内物体的知觉特征比数量特征更显著, 所以婴儿往往根据物体的连续变量而不是数量作反应。“物体文件表征”的实质与“物体追踪”系统相同, 都强调了对单个物体本身的表征。

近来 Feigenson 的一个研究从另一个角度解释了婴儿对刺激的数量与连续变量的表征的关系<sup>[36]</sup>。该研究使用习惯化范式研究婴儿对数量 1 和 2 的区分能力。当一个集合中的两个物体在颜色、质地以及式样 (附上绒毛或触角) 方面明显不同时, 婴儿根据物体的数量而不是连续变量 (正面总面积) 反应。而之前的研究证明当同一集合中物体的特征完全相同时, 婴儿根据物体的连续变量而不是数量反应。这说明婴儿对小数量物体的表征存在一种双分离 (double dissociation) 现象: 当物体具有相同特征时婴儿表征其连续变量; 当物体具有明显不同的特征时婴儿表征其数量。这提示我们在讨论婴儿是否具有精确表征小数的能力之前应该先考虑刺激的外部特征如何影响婴儿的数量表征系统的运行。

### 3 动物的数量表征

动物行为学的研究发现数量表征能力并非人类独有。Platt 和 Johnson<sup>[13]</sup>关于动物计时 (animal timing) 的经典研究是训练老鼠和鸽子注意反应键亮了并在固定时间 (固定潜伏期) 后按键, 以获得

食物奖励。结果表明被试反应潜伏期的变化性与固定潜伏期的长度成比例。固定潜伏期越短, 反应的正确率就越高, 错误的范围越小; 固定潜伏期越长, 反应正确率越低, 错误的范围越大。反应潜伏期的这种变化特征被称为梯度性变化 (scalar variability)。当时间或潜伏期变量换成数量变量时 (比如训练动物在看见一定次数的闪光, 或者按键一定的次数), 动物基于数量的行为同样表现出梯度性变化 (见图 1)。

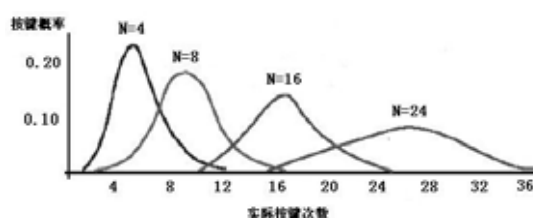


图1 老鼠按键的概率随实际按键次数的变化 (N=获得食物所需的按键次数)<sup>[13]</sup>

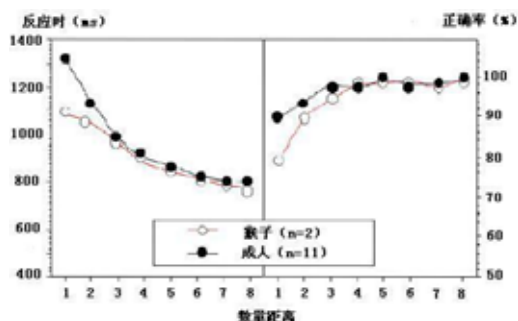


图2 人与恒河猴触碰包含较少数量的点的集合的反应时(左)和正确率(右)随比较的数量间的距离的变化曲线<sup>[18]</sup>

Brannon 等的研究证明经过训练的恒河猴 (rhesus macaque) 具有近似表征数量的能力<sup>[14]</sup>。实验者训练猴子按数量递增的顺序触碰触控式显示屏上由 1~4 个点组成的集合。然后成对呈现由 5~9 个点组成的新集合, 这时恒河猴自发地按数量递增的顺序触碰新集合对, 并且其反应时和正确率与集合对的数量比率成比例, 同样遵守韦伯定律。其反应时和正确率随集合对的数量间的距离的变化与人类非常接近 (见图 2), 证明了数量的距离效应 (numerical distance effect) 在人与动物之间的相似性。Hauser 等<sup>[37]</sup>的研究证明另一种哺乳动物——

绢毛猴 (cotton-top tamarin) 对声音序列刺激的数量表征同样遵守韦伯定律, 说明动物的近似数量表征系统同样不受感觉通道和刺激形式的影响。近来 Flombaum 等<sup>[38]</sup>的一个研究采用期望违背范式首次证明了恒河猴与人类一样, 能够自发地运用大数近似表征系统 ( $\geq 4$ ) 进行加法运算, 而不需要经过大量的训练。其运算基于对刺激的近似数量, 而不是对刺激的连续变量 (刺激排列的总长度), 并且这种能力受两个数量间比率的限制。

不仅如此, 动物似乎也具有精确表征小数的能力。Hauser 等<sup>[9]</sup>将二盒选择范式用于恒河猴, 让它们看见不同数量的苹果片被依次放到两个不透明的容器中, 然后让它们在两个容器之间选择。当两个容器里的苹果片数为 1 和 2、2 和 3、3 和 4 以及 3 和 5 时, 被试选择苹果片数更多的容器; 而当两个容器里的苹果片数为 4 和 5、4 和 6、4 和 8 以及 3 和 8 时, 被试选择两个桶的几率相等。证明恒河猴能够准确表征 4 及以下数量的物体能力。Hauser 等的另一个研究<sup>[8]</sup>采用期望违背范式, 发现恒河猴能够自发地进行小数 ( $\leq 4$ ) 的加法运算。研究者在一系列实验中控制了可能与数量表征混淆的变量, 证明猴子对小数的加法运算能力不是基于低水平的知觉表征、刺激的体积或表面积等连续变量以及对数量的模拟幅度的表征, 而是基于“物体文件表征”。

同样, 更为精确的动物神经科学实验也提供了支持两方面的证据。Thompson 等<sup>[39]</sup>在猫的顶-枕皮层中发现对小数量进行选择反应的细胞群, 并且这些细胞群对小数的选择性反应跨感觉通道 (视觉、听觉、触觉), 支持了两种数量表征系统的存在。而 Nieder 和 Miller<sup>[40,41]</sup>记录到恒河猴的双侧前额叶 (PFC) 和顶内沟 (intraparietal sulcus, IPS) 细胞在视觉数量匹配任务中激活的研究似乎提供了相反的证据。以视觉形式给经过训练的猴子相继呈现两个集合, 每个集合包含 1~5 个物体, 让猴子判断两个集合在数量上是否匹配。实验严格控制了非数量的无关变量, 如集合中项目的面积、形状、排列方式、密度等。结果发现约有 1/3 的 PFC 细胞和约 15% 的 IPS 细胞选择性地被某些数量激活。结果发现数量的调谐 (tuning) 是近似的, 神经元敏感的数量越大, 调谐曲线 (tuning curves) 的幅宽 (breadth) 越大, 受韦伯定律的比率限制。而且调谐曲线在数字 3 以下和 4 以上没有不连续性, 说明

该神经编码是一种模拟幅度表征。该研究结果给我们两点重要提示: 第一, 在该实验条件下 (包括对猴子进行大量训练), 猴子对“感数”和“计数”范围的数量都进行模拟幅度表征, 对“感数”范围内数量的表征并非精确的“物体文件”式的表征, 不支持“物体文件表征”假设及小数精确表征系统的存在。第二, 细胞群激活的潜伏期对数量 1~5 相等, 与对空间注意串行加工的假设<sup>[3]</sup>不合, 而与平行提取数量加工的假设<sup>[42]</sup>一致。有行为研究<sup>[18]</sup>也发现成人表征 100 个点的数量与表征 20 个点的数量用的时间一样长。这似乎说明对数量的模拟幅度的表征并非串行的或反复的 (iterative) 加工, 而是与“感数”一样, 是一种平行加工过程。

#### 4 数量表征与数概念的发展

目前行为研究得出的一致结论是成人、尚未具备语言能力的婴儿和一些动物共同具有对大数的近似表征系统, 该系统基于对数量的模拟幅度的表征, 受韦伯定律的限制。而对于成人、婴儿和动物是否还分享第二种数量表征系统——对小数的精确表征或“感数”系统, 则存在争论。

不少研究者<sup>[15,16,30,31]</sup>指出对小数的表征基于对单个物体的平行的注意或追踪 (tracking), 受数量大小的限制 (婴儿  $\leq 4$ ; 猴子  $\leq 5$ ), 与对大数的近似表征是不同的, 两种系统共同构成了人类高级数学能力发展的基础。比如, Feigenson 等<sup>[30]</sup>指出“物体文件表征”与模拟幅度表征是形成人类特有的自然数概念的基础。儿童最初只知道“一”是指一个物体, 而其它的数量词都表示包含更多的数量的物体集合。在这一阶段, 儿童可能将数量词“一”对应于单个的物体而将其它数量词对应于更大的模拟幅度。在其后的一两年里, 儿童懂得了数量词“二”和“三”的含义, 他们能够同时对这两个数量词进行两种表征: 对物体集合的表征 (“二”指一个包含了比一个物体还多一个物体的集合) 和对模拟幅度的表征 (“二”指一个很小的数量集合)。一旦儿童掌握了这些概念, 他们就会意识到从“二”到“三”的计数过程既对应了集合中增加一个单独的物体, 又对应了集合的基数值的增加。因为“列举单独的物体”和“增加一个”是人类与生俱来的能力, 在儿童逐渐掌握了更多的数量词以后, 他们便能够利用两种数量表征系统来理解 4 以上的自然数的含义。

另一些研究者<sup>[43,44]</sup>则反对“物体文件表征”假设。其一,既然儿童最初对数量词的表征是基于“物体文件”的表征,指向物体本身,那么“二”就只能指代由某两个物体组成的集合,而不能指代所有包含两个物体的集合,无法解释儿童能够用数量词“一”至“三”来指代不同的物体集合。针对物体知觉特征的短暂表征不能作为发展数概念的基础。其二,该假设把掌握数量词或口头计数能力作为理解“四”及以上数概念的前提。根据该假设,当儿童还没有掌握“四”、“五”、“六”等数量词时,他们只能把这些数量词近似地表征为“比3更大”,而不能理解物体的数量与这些数量词之间的对应关系。然而实验<sup>[44]</sup>证明尽管没有学习过数量词“五”和“六”的学前儿童并不知道这两个数量词具体代表多少数量,但是当集合的数量增加或减少一个时,他们判断标注的数量词“五”或“六”应该随之改变;他们知道“六个”增加一些就不再是“六个”。这说明儿童在掌握具体的数量词之前就理解了数量的含义,他们并非将4以上的数量简单表征为“许多”,而是把它们表征为特定的数量。实际上,除了通过口头计数来学习数概念以外,儿童还可以通过许多其它的方式表征数量,如使用身体部分,在符木上刻痕或在沙上做记号等。这些表征方式都能促进儿童获得数概念,口头计数能力并非获得数概念的必要前提。最近 Slaughter 等<sup>[45]</sup>采用减法任务,让3岁儿童观看实验者分别从两个容器中拿走不同数量的饼干,然后让儿童判断哪个容器中剩的饼干多。当从9块饼干里减去的饼干数之间的比率大(3与6)时,或当被减的饼干数也很大(从30块中减去10与20块)时,儿童的判断高于随机水平。这符合韦伯定律,证明了3岁儿童能够使用模拟幅度系统来表征大数的近似数量,并且这种能力与儿童的口头计数能力没有关系。

而 Rousselle 等的另一个关于3岁儿童数量比较能力的研究<sup>[46]</sup>则与上述结论不一致。儿童的表现不受数量的大小的限制,而受数量间比率的限制,不支持“物体文件表征”假设。但是当控制物体的表面积时,不论数量的大小和数量间的比率怎样变化儿童均不能成功比较物体数量的大小,也不符合模拟幅度表征模型的预期。儿童在该研究中的表现是基于物体的知觉特征,而不是数量本身。尤其是当控制物体表面积时,有一定的计数能力的儿童比没有计数能力的儿童表现好,作者推论当物体的知觉

变量与数量特征发生混淆时,一定的计数能力对儿童成功比较数量间的大小是必要的。

## 5 小结

尽管从不同角度关于数量表征的研究结果存在许多分歧,但目前的研究证据比较支持存在两种数量表征系统的观点。对1~3范围内小数的表征受数量大小的限制,基于指向物体本身的注意,更依赖于物体的知觉特征,对物体及其数量进行精确表征;而对4以上的数量的近似表征系统则受韦伯定律的限制,基于指向数量的模拟幅度的表征,而不依赖单个物体的知觉特征,是对数量的近似的、心理的表征。两种数量表征系统为成人、尚未具备语言能力的婴儿以及一些动物所共有,证明这两种系统具有漫长的进化历史,是人类生而具有的禀赋。它们是形成人类更高级的数学能力的基石。然而,fMRI、PET 和 ERP 的脑成像研究结果迄今尚无定论。

然而,两种数量表征系统的假设仍然面临很多挑战:①在进行基本的算术运算时,两种数量表征系统如何整合?比如,在计算 $7-5=2$ 时,两个在近似表征系统范围内的数量(7,5)相减的结果却属于精确表征系统的范围,这时该对结果进行精确表征还是近似表征?两种表征系统如何协同工作?②如果“物体文件表征”的假设存在缺陷,小数精确表征系统的机制是什么?两种数量表征系统如何相互作用以获得自然数概念?③语言对两种数量表征系统的影响有何不同?④小数精确表征系统究竟有无独特的神经基础?⑤大数近似表征对数量的提取是系列加工还是平行加工?⑥成人、婴儿和动物的数量表征是否具有相同的神经基础?这些问题都有待进一步的研究结果来回答。

## 参考文献

- [1] Kaufman E L, Lord M W, Reese T W, & Volkman J. The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 1949, 62: 498-525
- [2] Mandler G, & Shebo B J. Subitizing: An analysis of its component process. *Journal of Experimental Psychology: General*, 1982, 11: 1-22
- [3] Trick L M, Pylyshyn Z W. What enumeration studies can show us about spatial attention: Evidence for limited capacity preattentive processes. *Journal of Experimental Psychology*, 1993, 19: 331-351
- [4] Piazza M, Giacomini E, Le Bihan D, Dehaene S. Single-trial

- classification of parallel pre-attentive and serial attentive processes using functional magnetic resonance imaging. *Proceedings of the Royal Society (London) Series*, 2003, 270: 1237~1245
- [5] Xu F, Spelke E S, Goddard S. Number sense in human infants. *Developmental Science*, 2005, 8: 88~101
- [6] Clearfield M W, Mix K S. Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, 1999, 10: 408~411
- [7] Feigenson L, Carey S, Spelke E. Infants' discrimination of number vs. continuous extent. *Cognitive Psychology*, 2002, 44: 33~66
- [8] Hauser M D, Carey S. Spontaneous representations of small numbers of objects by rhesus macaques: Examinations of content and format. *Cognitive Psychology*, 2003, 47: 367~401
- [9] Hauser M D, Carey S, Hauser L B. Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkeys. *Proceedings of the Royal Society, London*. 2000, 267: 829~833
- [10] Barth H C, Kanwisher N, Spelke E. The construction of large number representation in adults. *Cognition*, 2003, 86: 201~221
- [11] Cordes S, Gelman R, Gallistel C R. Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychological Bulletin and Review*, 2001, 8: 698~707
- [12] Xu F, Spelke E S. Large number discrimination in 6-month old infants. *Cognition*, 2000, 74: B1~B11
- [13] Platt J R, Johnson D M. Localization of position within a homogeneous behavior chain: effects of error contingencies. *Learning and Motivation*, 1971, 2: 386~414
- [14] Brannon E. M, Terrace H S. The evolution and ontogeny of ordinal numerical ability. In *The Cognitive Animal* (Bekoff M et al. eds.), MIT press. 2002. 197~204
- [15] Hauser M D, Spelke E. Evolutionary and developmental foundations of human knowledge: a case study of mathematics. *The Cognitive Neurosciences III*, (Ed.) Gazzaniga M, Cambridge, MIT Press, in press
- [16] Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 2004, 8: 307~314
- [17] Barth H C. Numerical cognition in adults: representation and manipulation of nonsymbolic quantities. Unpublished PhD, MIT, Cambridge. 2001
- [18] Balakrishnan J D, Ashby F G. Is subitizing a unique numerical ability? *Perception and Psychophysics*, 1992, 50: 555~564
- [19] Gallistel C R, Gelman R. In K Holyoak & R. Morrison. *Mathematical Cognition*. (Eds) The Cambridge handbook of thinking and reasoning. Cambridge University Press. 2005. 559~588
- [20] Santee J L, Egeth H E. Do reaction-time and accuracy measure the same aspects of letter recognition? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 1982, 8 (4): 489~501
- [21] Prinzmetal W, McCool C, Park S. Attention: Reaction time and accuracy reveal different mechanisms. *Journal of Experimental Psychology: General*, 2005, 134 (1): 73~92
- [22] Cowan N. The magical number 4 in short-term memory: A reconsideration of mental storage capacity. *Behavioral and Brain Sciences*, 2001, 26: 87~116
- [23] Sathian K, Simon T J, Peterson S, Patel G A, Hoffman J M, Grafton S T. Neural evidence linking visual object enumeration and attention. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1999, 11: 36~51
- [24] Luo YJ, Nan Y, Li H. Difference of Neural Correlates between Subitizing and Counting Reflected by ERPs. *Acta Psychologica Sinica*, 2004, 36 (4): 426~433
- [25] Nan Y, Knösche T, Luo YJ. Counting in Everyday Life: Discrimination and Enumeration. *Neuropsychologia*, in press
- [26] Dehaene S. The originization of brain activations in number comparison: event-related potentials and the additive-factors method. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1996, 8: 47~68
- [27] Pinel P, Dehaene S, Riviere D, LeBihan D. Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *NeuroImage*, 2001, 14: 1013~1102
- [28] Piazza M, Mechelli, Butterworth B, Price C J. Are subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes? *NeuroImage*, 2002, 15: 435~446
- [29] Wynn K. Addition and subtraction by human infants, *Nature*. 1992, 358: 749~750
- [30] Feigenson L, Carey S, Hauser M D. The representations underlying infants' choices of more: object-files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, 2002, 13: 150~156
- [31] Feigenson L, Carey S. Tracking individuals via object-files: evidence from infants' manual search. *Developmental Science*, 2003, 6: 568~584
- [32] Lipton J S, Spelke E S. Origins of number sense. Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 2003, 14 (5): 396~401

- [33] Xu F, Arriaga R. Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, In press
- [34] Scholl B J, Pylyshyn Z W. Tracking multiple items through occlusion: clues to visual objecthood. *Cognitive Psychology*, 1999, 38: 259~290
- [35] Dehaene S. *The number sense*. New York: Oxford University Press, 1997
- [36] Feigenson L. A double-dissociation in infants' representations of object arrays. *Cognition*, 2005, 95: B38~B48
- [37] Hauser M D, Tsao F, Garcia P, Spelke E S. Evolutionary foundations of number: spontaneous representations of numerical magnitudes by cotton-top tamarins. *Proceedings. Biological sciences / The Royal Society*, 2003, 270: 1441~1446
- [38] Flombaum J I, Junge J A, Hauser M D. Rhesus monkeys (*Macaca mulatta*) spontaneously compute addition operations over large numbers. *Cognition*, 2005, 97: 315~325
- [39] Thompson R F, Mayers K S, Robertson R T, Patterson C J. Number coding in association cortex of the cat. *Science*, 1970, 168: 271~273
- [40] Nieder A, Freedman D J, Miller E K. Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science*, 2002, 297: 1708~1711
- [41] Nieder A, Miller E K. Coding of cognitive magnitude. Compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. *Neuron*, 2003, 37: 149~157
- [42] Dehaene S, Changeux J P. Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1993, 5: 390~407
- [43] Gelman R, Butterworth B. Number and language: how are they related? *Trends in Cognitive Sciences*, 2005, 9: 6~10
- [44] Sarnecka B W, Gelman S A. Six does not just mean a lot: preschoolers see number words as specific. *Cognition*, 2004, 92: 329~352
- [45] Slaughter V, Kamppi D, Paynter J. Toddler subtraction with large sets: further evidence for an analog-magnitude representation of number. *Developmental Science*, 2006, 9: 33~39
- [46] Rousselle L, Palmers E, Marie-Pascale Noël. Magnitude comparison in preschoolers: What counts? Influence of perceptual variables. *Journal of Experimental Child Psychology*, 2004, 87: 57~84

## Two Representation Systems of Number

Wang Naiyi<sup>1,3,4</sup> Luo Yuejia<sup>2,3</sup> Li Hong<sup>1</sup>

*(<sup>1</sup>School of Psychology, Southwest University, Chongqing, 400715, China)*

*(<sup>2</sup>National Key Laboratory of Cognitive Neuroscience and Learning, Beijing Normal University, 100875, China)*

*(<sup>3</sup>Key Laboratory of Mental Health, Institute of Psychology, Chinese Academy of Sciences, 100101, China)*

*(<sup>4</sup>MPI for Human Cognitive and Brain Sciences, Leipzig, Germany)*

**Abstract:** Numerical representation is the basis of mathematical abilities. A hot topic about numerical representation is whether there are two distinct numerical representation systems: the small precise number system and the large approximate number system. The article reviewed researches on numerical representations in different fields, and summarized evidences supporting the dissociation between the two systems. Numerical representation within the range of 1~3 had a set-size signature was proposed to base on attention to objects themselves per se. Therefore it was sensitive to perceptive properties of objects, and was precise representations about numerosities. While numerical representation for numbers above 4 had a Weber ratio signature. It was suggested to base on analog magnitudes, and was approximate representations of numerosities. However, evidences from the brain imaging field had not gained agreement on this issue. At last, the article brought forth the potential questions about the two basic numerical representation hypothesis.

**Key words:** numerosity, precise representation, subitizing, approximate representation, spatial attention.